

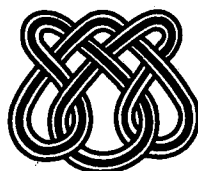
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**TESTE SAZONALIDADE PARA
FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO DE
PROCESSOS AUTO-REGRESSIVOS
PERIÓDICOS - PAR(pm)**

**MARINHO G. ANDRADE
CLAUDIA F.F. HUTTER**

Nº 46

NOTAS



Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos

Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos

ISSN - 0103-2577

**TESTE SAZONALIDADE PARA
FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO DE
PROCESSOS AUTO-REGRESSIVOS
PERIÓDICOS - PAR(pm)**

**MARINHO G. ANDRADE
CLAUDIA F.F. HUTTER**

Nº 46

NOTAS DO ICMSC
Série Estatística

São Carlos
Mar./1998

Teste de Sazonalidade para Função de Autocorrelação de Processos Auto-Regressivos Periódicos - PAR(p_m)

Marinho G. Andrade; Claudia F.F. Hutter

ICMSC - USP

C.P: 668 - 13.560-970 - São Carlos - SP - Brasil

E-mail: hutter@icmhc.sc.usp.br; marinho@icmhc.sc.usp.br

Resumo

Neste trabalho apresentamos um teste estatístico para verificar a existência de periodicidade na função de autocorrelação de séries temporais, após a remoção da média e do desvio-padrão sazonal. Esse teste é baseado nas propriedades assintóticas da representação por série de Fourier da função de autocorrelação e estabelece um nível de confiança ao rejeitar a hipótese de que esta função é invariante no tempo.

O método proposto é ilustrado para duas séries estacionária gerada, para duas séries sazonal geradas e para uma séries com dados de vazões afuentes ao reservatório de Furnas.

Abstract

This paper present statistics for deciding if periodicities exist in the autocorrelation function of time series after removal of seasonal means and stand desviation. The procedure is based on assymptotic properties of the Fourier series representation of the sample autocorrelation function. The procedure presented is illustrated with analysis of two simulated data of stationari time series, two simulated data of seasonal time series and streamflow data set of Furnas reservoir.

1. Introdução

Seja \tilde{Z}_t , $t = 1, 2, \dots, ns$, uma série periódica com período s , (quando $s = 12$, trata-se de uma série mensal com período de 12 meses e n representa o número de anos). Podemos escrever o índice de tempo t como função do número de anos $r = 1, 2, \dots, n$ e dos meses $m = 1, 2, \dots, s$, ou seja, $t(r, m) = (r-1)s + m$. Assim temos $\tilde{Z}_{t(r, m)}$ como sendo a observação da série \tilde{Z}_t no mês m do ano r .

Definimos a média $\mu_{t(r, m)} = E\{\tilde{Z}_{t(r, m)}\}$ e a função de autocovariância $\gamma_{t(r, m)}(j) = \text{Cov}(\tilde{Z}_{t(r, m)}, \tilde{Z}_{t(r, m)+j})$, então, dizemos que o processo $\{\tilde{Z}_{t(r, m)}, r = 1, 2, \dots, n, m = 1, 2, \dots, s\}$ é periodicamente estacionário com período s se para dois números quaisquer j e k , temos:

$$\mu_{t(r, m)} = \mu_{t(r, m)+ks} \quad (1)$$

$$\gamma_{t(r, m)}(j) = \gamma_{t(r, m)+ks}(j) \quad (2)$$

As equações (1) e (2) nos permite escrever $\mu_{t(r, m)}$ e $\gamma_{t(r, m)}(j)$ como função só de m . Para $r = 1$, temos, $t(r, m) = m$ e $t(r, m) + ks = m + ks$, então,

$$\mu_m = \mu_{m+ks},$$

$$\gamma_m(j) = \gamma_{m+ks}(j).$$

Para $r \neq 1$, $t(r, m) = (r-1)s + m + ks = m + k's$, onde $k's = r + k - 1$, assim,

$$\mu_m = \mu_{m+k's},$$

$$\gamma_m(j) = \gamma_{m+k's}(j).$$

Neste trabalho, sempre que estivermos nos referindo a um parâmetro que varia de forma periódica no tempo vamos indexa-lo somente no índice m , ou seja o parâmetro se refere ao mês do ano. Assim temos por exemplo:

$$\mu_{t(r, m)} = \mu_m$$

$$\gamma_{t(r, m)}(j) = \gamma_m(j).$$

Uma classe de modelos usuais para descrever séries temporais periodicamente estacionárias são os modelos auto-regressivos periódicos PAR(p_m), de ordem p_m , $m = 1, 2, \dots, s$, estes modelos são dados por:

$$(\tilde{Z}_{t(r,m)} - \mu_m) = \sum_{i=1}^{p_m} \phi_{i,m} (\tilde{Z}_{t(r,m)-i} - \mu_{m-i}) + a_{t(r,m)} \quad (3)$$

onde μ_m , $\phi_{i,m}$ são funções periódicas com período s e $a_{t(r,m)}$ é um ruído gaussiano com as seguintes propriedades:

$$E(a_{t(r,m)}) = 0, \quad r = 1, 2, \dots, n; \quad m = 1, 2, \dots, s$$

$$E(a_{t(r,m)}, a_{t(r,m)+j}) = \begin{cases} \tau_m^{-1}, & j = 0 \\ 0, & j \neq 0 \end{cases}$$

onde $\tau_m^{-1} = \sigma_m^2$, $\tau_m > 0$.

2. Propriedades Assintóticas da Função de Autocorrelação

Vamos estabelecer as propriedades assintóticas do estimador das funções de autocorrelações $\rho_m(j)$ para vários passos j . O comportamento assintótico para o estimador da função de autocorrelações $\hat{\rho}_m(j)$ para dois passos fixos j, k e para $m = 1, 2, \dots, s$.

O estimador da função de autocorrelação é dado por:

$$\hat{\rho}_m = \frac{\hat{\gamma}_m(j)}{[\hat{\gamma}_m(0)\hat{\gamma}_{m+j}(0)]^{1/2}} \quad (4)$$

onde a autocovariância estimada com base nos dados $\{\tilde{Z}_{t(r,m)}, r = 1, 2, \dots, n, m = 1, 2, \dots, s\}$ é definida como:

$$\hat{\gamma}_m(j) = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n (\tilde{Z}_{t(r,m)} - \hat{\mu}_m)(\tilde{Z}_{t(r,m)+j} - \hat{\mu}_{m+j}) \quad (5)$$

onde

$$\hat{\mu}_m = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n \tilde{Z}_{t(r,m)}, \quad m = 1, 2, \dots, s.$$

Os termos na equação (5) envolvendo $\tilde{Z}_{t(r,m)}$, são adotados iguais a zero sempre que $t(r,m) > ns$.

A distribuição conjunta das autocorrelações periódicas estimadas é dada no Teorema abaixo, o qual foi provado por Anderson e Vecchia (1993).

Teorema: Seja $\tilde{Z}_{t(r,m)} = Z_{t(r,m)} + \mu_m$ onde $\{Z_{t(r,m)}, r = 1, 2, \dots, n, m = 1, 2, \dots, s\}$ é um processo auto-regressivo periódico e μ_m é uma função periódica com período s . Então para quaisquer inteiros positivos j e k com $j \neq k$,

$$n^{1/2} \begin{bmatrix} \hat{\rho}_m(j) - \rho_m(j) \\ \hat{\rho}_m(k) - \rho_m(k) \end{bmatrix} \Rightarrow N \left(0, \begin{bmatrix} W_{jj} & W_{jk} \\ W_{kj} & W_{kk} \end{bmatrix} \right) \quad (6)$$

onde ' \Rightarrow ' denota convergência em distribuição, $N(\mu, W)$ denota a distribuição normal multivariada com vetor de média μ e matriz de covariância W .

$$\hat{\rho}_m(l) = [\rho_1(l), \rho_2(l), \dots, \rho_s(l)]' \quad (7)$$

$$\rho_m(l) = [\rho_1(l), \rho_2(l), \dots, \rho_s(l)]' \quad (8)$$

e

$$W_{jk} = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \{ F_v \pi^j F_{v+k-j} \pi^{v-j} + F_{v+k} \pi^j F_{v-j} \pi^{v-j} - F_j (I + \pi^j) F_v F_{v+k} \pi^v - F_v \pi^j F_{v-j} \pi^{v-j} (I + \pi^{-k}) F_k + \frac{1}{2} F_j (I + \pi^j) F_v^2 \pi_v (I + \pi^{-k}) F_k \} \quad (9)$$

onde I é a matriz identidade $s \times s$ e $F_v = \text{diag}\{\rho_1(v), \rho_2(v), \dots, \rho_s(v)\}$ e π é uma matriz ortogonal de permutação cíclica $s \times s$:

$$\pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

com $\pi^{-k} \equiv (\pi^T)^k$, π^0 a matriz de identidade $s \times s$ e,

$$\pi^j \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_s\} \pi^{-j} = \text{diag}\{a_j, a_{j+1}, \dots, a_{j-s}\}$$

onde $\{a_m\}$ é qualquer sequência de constantes satisfazendo $a_{m+k} = a_m$ para todo k .

Quando $s = 1$, a expressão para W_{jk} em (9) reduz-se a:

$$W_{jk} = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \{ \rho(v)\rho(v+k-j) + \rho(v+k)\rho(v-j) - 2\rho(j)\rho(v)\rho(v+k) - 2\rho(v)\rho(v-j)\rho(k) + 2\rho(j)\rho(k)\rho^2(v) \}, \quad (10)$$

considerando agora $j = k$ temos a variância de $n^{1/2}[\hat{\rho}_m(j) - \rho_m(j)]$ a qual é muito útil na identificação da ordem dos modelos. Essa variância é dada por:

$$W_{kk} = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \{ \rho^2(v) + \rho(v+k)\rho(v-k) - 2\rho(k)\rho(v)\rho(v+k) - 2\rho(v)\rho(v-k)\rho(k) + 2\rho^2(k)\rho^2(v) \} \quad (11)$$

A equação (11) é conhecida como fórmula de Bartlett para processos estacionários de segunda ordem [Bartlett - 1946 apud Anderson e Vecchia - 1993].

Supondo agora um processo para o qual todos as autocorrelações $\rho(v) = 0$ para $v > q$ então todos os termos de (11), exceto o primeiro, são zero para $k > q$. Assim a variância de $n^{1/2}[\hat{\rho}_m(k) - \rho_m(k)]$ é dada por:

$$W_{kk} = \{1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho^2(v)\} \quad (12)$$

A expressão (12) é muito útil quando a função de autocorrelação do processo é usada para identificar a ordem dos modelos. Isso é feito testando-se a hipótese nula $H_0: \rho(j) = 0$ e construindo-se o intervalo de confiança para $\rho(j)$ dado por:

$$\hat{\rho}(j) \pm z_\alpha \sqrt{\text{Var}(\hat{\rho}(j))} \quad (13)$$

onde z_α é uma estatística $N(0, 1)$ e $\text{Var}(\hat{\rho}(j)) \approx \frac{1}{n} \{1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho^2(v)\}$.

3. Determinação da Periodicidade na Função de Autocorrelação

Supondo que $\{\tilde{Z}_{t(r,m)}\}$ é uma série temporal sazonal observada sobre n -períodos, é importante decidir se $\rho_m(j)$ pode ser considerado constante ou se $\rho_m(j)$ varia

periodicamente. Assumir que $\rho_m(j)$ é constante é equivalente a assumir que o processo $(\tilde{Z}_{t(r,m)} - \mu_m)$ é estacionário no sentido fraco [Box; Jenkins; Reinsel - 1994]. Essa suposição resulta em consideráveis simplificações na inferência dos parâmetros do modelo para $\{\tilde{Z}_{t(r,m)}\}$. Entretanto, assumir falsamente que $\rho_m(j)$ é constante pode levar a sérios erros de inferência [Tiao; Grupe - 1980]. Nesta seção vamos apresentar um método para testar a hipótese de que $\rho_m(j)$ é constante em m versus a hipótese alternativa de que $\rho_m(j)$ varia periodicamente com período s .

A estatística teste é obtida a partir da representação de $\rho_m(j)$, $m = 1, 2, \dots, s$ em série de Fourier:

$$\rho_m(j) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{s/2} \alpha_i c_{im} + \beta_i s_{im}. \quad (14)$$

Consideramos somente os casos onde s é par, ou mais especificamente $s = 12$ meses. Assim temos $c_{im} = \cos 2\pi f_{im}$, $s_{im} = \sin 2\pi f_{im}$ e $f_i = i/s$ é a frequência do i -ésimo harmônico cujo harmônico fundamental tem frequência $f_1 = 1/s$ (quando $s = 12$, $f_1 = 1/12$ e $f_i = i/s$). Os estimadores de mínimos quadrados dos coeficientes α_0 e (α_i, β_i) são dados por:

$$a_i = \frac{1}{s} \sum_{m=1}^s \hat{\rho}_m(j) c_{im}, \quad i = 0, \frac{s}{2} \quad (15)$$

$$a_i = \frac{2}{s} \sum_{m=1}^s \hat{\rho}_m(j) c_{im}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{s}{2} - 1 \quad (16)$$

$$b_i = \frac{2}{s} \sum_{m=1}^s \hat{\rho}_m(j) s_{im}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{s}{2} - 1 \quad (17)$$

onde $b_{s/2} = 0$ e a_0 é a média dos $\hat{\rho}_m(j)$, ou seja,

$$a_0 = \frac{1}{s} \sum_{m=1}^s \hat{\rho}_m(j) \quad (18)$$

Sob a hipótese H_0 de que $\rho_m(j)$ é constante e não depende de m , temos $a_0 = \hat{\rho}_m(j) = \hat{\rho}(j)$, assim,

$$\rho(j) - \hat{\rho}(j) = \sum_{i=1}^{s/2} (a_i c_{im} + b_i s_{im}) \quad (19)$$

sabemos que $\hat{\rho}(j) - \rho(j)$, tem distribuição normal com média zero, portanto,

$$E(\hat{\rho}(j) - \rho(j)) = 0 \quad (20)$$

substituindo (19) em (20) temos:

$$E(a_i) = E(b_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, q$$

As variâncias $\text{Var}(a_i)$ e $\text{Var}(b_i)$ podem ser calculadas por $E(a_i^2)$, $E(b_i^2)$ respectivamente, usando (16) e (17) e supondo que $\hat{\rho}_m(j) = \hat{\rho}(j)$, ou seja sob H_0 temos,

$$\text{Var}(a_i) = \frac{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}{s^2} \sum_{i=1}^s c_{im}^2 = \frac{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}{s^2}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{s}{2} - 1 \quad (21)$$

Similarmente para b_i temos,

$$\text{Var}(b_i) = \frac{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}{s^2} \sum_{i=1}^s s_{im}^2 = \frac{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}{s^2}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{s}{2} - 1 \quad (22)$$

podemos calcular ainda

$$\text{Cov}(a_i, b_i) = \frac{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}{s^2} \sum_{i=1}^{s/2} c_{im} s_{im} = 0 \quad (23)$$

Sendo a_i e b_i funções lineares de variáveis aleatórias normais, então a_i e b_i também são variáveis aleatórias normais. Desta forma, podemos definir as variáveis aleatórias:

$$\frac{a_i^2}{\text{Var}(a_i)} = \frac{s a_i}{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{s}{2} \quad (24)$$

$$\frac{b_i^2}{\text{Var}(b_i)} = \frac{s b_i}{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{s}{2} - 1 \quad (25)$$

Então (24) e (25) definem $s-1$ variáveis aleatórias com distribuição qui-quadrado com grau de liberdade igual a um. Sendo a_i e b_i variáveis aleatórias normais independentes podemos definir a variável:

$$\chi_{s-1}^2 = \sum_{i=1}^{s/2-1} \left[\frac{a_i^2}{\text{Var}(a_i)} + \frac{b_i^2}{\text{Var}(b_i)} \right] + \frac{a_q^2}{\text{Var}(a_q)} \quad (26)$$

onde χ_{s-1}^2 é uma variável aleatória qui-quadrado com $(s-1)$ graus de liberdade. Usando (20) e (21) temos

$$\chi_{s-1}^2 = \frac{s}{4\text{Var}(\hat{\rho}(j))} \sum_{i=1}^{s/2-1} (a_i^2 + b_i^2) + \frac{s}{\text{Var}(\hat{\rho}(j))} a_q^2 \quad (27)$$

Um teste para a hipótese que $\rho_m(j)$ é constante em m pode ser construída baseada na estatística χ_{s-1}^2 , onde com um nível de significância α para o erro tipo I e comparamos χ_{s-1}^2 calculada em (27) com o valor crítico $\chi_{s-1}^2(\alpha)$, ou seja rejeitamos a hipótese H_0 , ao nível α se $\chi_{s-1}^2 > \chi_{s-1}^2(\alpha)$. Neste caso, uma estrutura de autocorrelação periódica é indicada. Esse método é similar ao proposto por Vecchia e Ballerini (1991), que desenvolve um teste para autocorrelação periódica usando a mesma estatística. χ_{s-1}^2 . No entanto a variância usada por Vecchia e Ballerini (1991), foram expressa em termos da densidade espectral de vários produtos de processos $\{\tilde{Z}_{t(r,m)}\tilde{Z}_{t(r,m)+j}\}$. Em Anderson e Vecchia (1993) eles mostram que expressar a variância assintótica diretamente em termos da função de autocorrelação de $\tilde{Z}_{t(r,m)}$ aumenta o poder do teste. Aqui, neste trabalho, seguimos a proposta de Anderson e Vecchia (1993), no entanto a variância assintótica é estimada usando a aproximação de Bartlett a qual simplifica consideravelmente a estimação da variância e diminui o esforço computacional, aumentando a viabilidade da aplicação do teste em problemas práticos.

4. Exemplos de Aplicações

Aplicamos o método proposto neste trabalho para vários exemplos de séries temporais, sendo quatro exemplos para séries geradas e um exemplo para série de dados reais.

Exemplo 1. Série gerada por um modelo AR(1) estacionário, dado por:

$$Z_t = 0.8Z_{t-1} + a_t, \quad a_t \sim N(0,4).$$

Exemplo 2. Série gerada por um modelo AR(2) estacionário, dado por:

$$Z_t = -0.5Z_{t-1} + 0.3Z_{t-2} + a_t, \quad a_t \sim N(0,4).$$

Para estes dois exemplos acima temos séries estacionárias, portanto espera-se que a hipótese $H_0 : \rho_m(j)$ é constante em m , não seja rejeitável.

Exemplo 3. Série gerada por um modelo PAR(1), dado por:

$$Z_{t(r,m)} = \phi_{t(r,m)} Z_{t(r,m)-1} + a_{t(r,m)}, \quad a_{t(r,m)} \sim N(0, \Psi_{t(r,m)}^2),$$

cujos valores dos parâmetros são dados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros do Exemplo 3

σ_m^2		ϕ_m	
0.767	0.979	0.642	0.206
0.739	0.995	0.674	0.102
0.776	0.995	0.630	-0.100
0.841	0.995	0.542	0.100
0.903	0.980	0.430	0.197
0.949	0.956	0.315	0.293

Exemplo 4. Série gerada por um modelo PAR (2), dado por:

$$Z_{t(r,m)} = \phi_{1,m} Z_{t(r,m)-1} + \phi_{2,m} Z_{t(r,m)-2} + a_{t(r,m)}, \quad a_{t(r,m)} \sim N(0, \Psi_{t(r,m)}^2),$$

onde os parâmetros são dados na Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros do Exemplo 4

σ_m^2		$\phi_{1,m}$		$\phi_{2,m}$	
0.196	0.296	1.132	0.900	-0.638	-0.1665
0.212	0.227	0.889	0.217	-0.057	-0.0214
0.200	0.150	0.722	0.331	0.0231	-0.3773
0.174	0.161	0.593	0.829	0.0735	-0.3921
0.164	0.124	0.798	0.733	-0.0343	0.0952
0.155	0.153	0.694	0.966	0.1443	-0.3854

Exemplo 5. Série com dados reais de vazões médias mensais em (m^3/s) que chegam ao reservatório da hidrelétrica de Furnas no sudeste do Brasil. Esta é uma série mensal com dados coletados de janeiro de 1931 a dezembro de 1990, tendo portanto 60 anos de dados mensais, ou seja, uma série sazonal com 720 valores observados. O modelo ajustado para esta série foi um PAR(2), dado por:

$$Z_{t(r,m)} = \phi_{1,m}Z_{t(r,m)-1} + \phi_{2,m}Z_{t(r,m)-2} + a_{t(r,m)}, \quad a_{t(r,m)} \sim N(0, \Psi_{t(r,m)}^2)$$

onde os valores estimados dos parâmetros são dados na Tabela 3.

Tabela 3. Parâmetros do Exemplo 5

σ_m^2		$\phi_{1,m}$		$\phi_{2,m}$	
562.1258	60.8756	0.6363	0.6181	-0.0891	0.3502
562.6235	51.2301	0.6343	0.8607	-0.1755	0.0732
513.8956	139.9743	0.4125	0.5061	0.2729	0.3435
233.1583	149.8997	0.6178	0.4401	0.2195	0.3721
121.6653	200.8616	0.6738	0.7912	0.2539	-0.0277
142.5464	360.5217	0.6869	0.3427	0.2092	0.3916

Para os exemplos 3, 4 e 5 respectivamente temos séries periódicas, com $r = 60$ anos, $m = 1, 2, \dots, s$ e $s = 12$, podemos constatar que as funções de autocorrelações $\rho_m(j)$ são periódicas, ou seja, rejeitamos H_0 nestes exemplos para todos os 12 meses, como mostra a Tabela 4.

As Figuras 1 e 2 apresentam o comportamento das funções de autocorrelações para os passos $j = 1, 2, 3$, quando utilizamos os dados gerados pelo modelo AR(2) do exemplo 2 e os dados reais de Furnas do exemplo 5 respectivamente. Podemos observar que para a série estacionária as funções de autocorrelações apresentam um comportamento razoavelmente constante para todos os meses, ao contrário do que observamos para a série sazonal de Furnas.

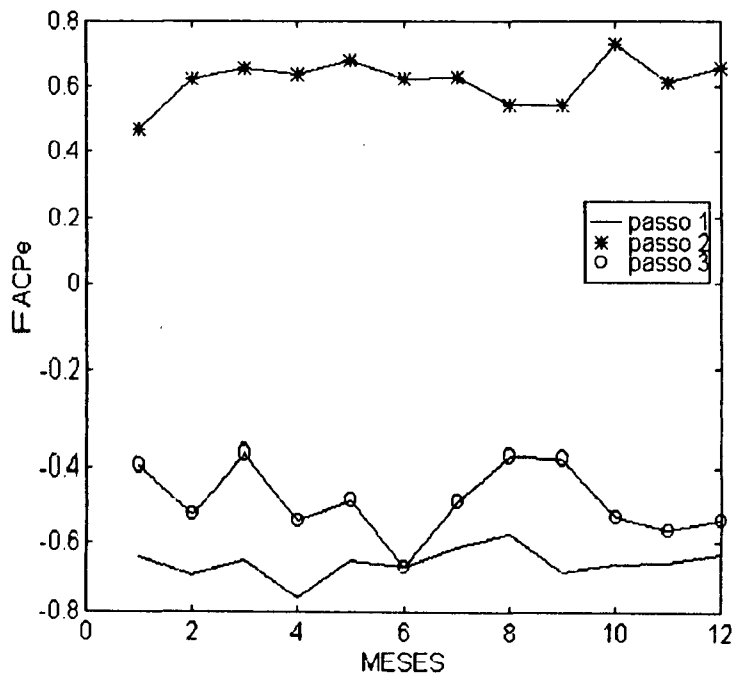


Figura 1. Funções de Autocorrelações para a série gerada AR(2).

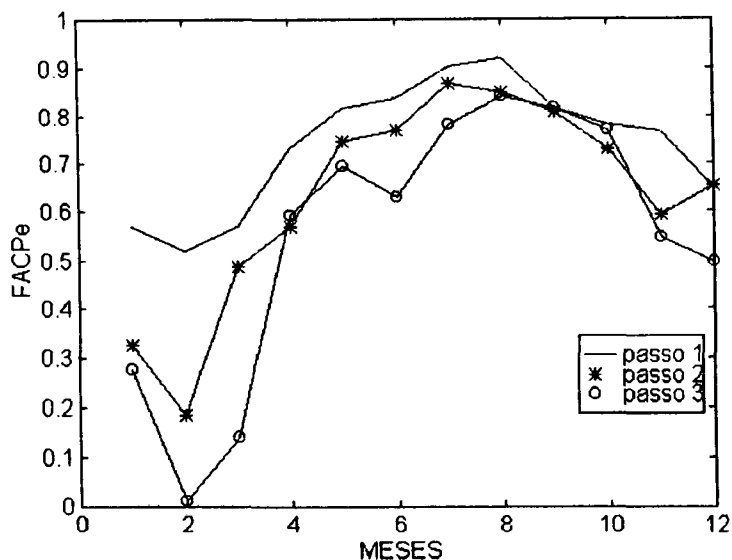


Figura 2. Funções de Autocorrelações para a série de Furnas.

A Tabela 4 apresenta os valores da estatística teste χ_{s-1}^2 , para os passos $j = 1, 2, \dots, 6$, comparamos estes valores com os valores críticos para os níveis de significância 5% e 10% respectivamente.

Tabela 4. Resultados da estatística teste χ_{11}^2 para as séries dos exemplos

Séries	Passos					
	1	2	3	4	5	6
AR(1)	1.88	3.11	8.50	9.83	8.51	3.78
AR(2)	4.09	7.71	12.45	7.52	16.65	15.4
PAR(1)	190.59	136.62	80.81	56.61	49.81	43.5653
PAR(2)	122.19	317.77	239.76	163.32	64.99	26.36
Furnas	40.82	82.63	122.88	113.16	93.70	72.36

Considerando os valores críticos $\chi_{11}^2(0.05) = 19.6751$ e $\chi_{11}^2(0.01) = 24.7250$ podemos observar que o teste confirma a estacionariedade das séries geradas pelos modelos AR(1) e AR(2), ou seja, não se rejeita a hipótese H_0 de que as funções de autocorrelação $\rho_m(j)$ são constantes em m . Para as demais séries comprovamos a periodicidade, ou seja, as funções de autocorrelação $\rho_m(j)$ variam de forma periódica com período s .

5. Conclusão

Os resultados apresentados não são surpreendentes uma vez que estamos trabalhando com séries das quais conhecemos o comportamento das funções de autocorrelação. Estes resultados apenas comprovam de fato a validade do teste aqui proposto e destaca mais uma vez a viabilidade da aplicação em problemas práticos. Através deste estudo, visamos fazer uma maior exploração de resultados.

6. Referências

- Anderson, P. L.; Vecchia, A V. (1993). Asymptotic Results for Periodic Autoregressive Moving - Average Processes. *Journal of Time Series Analysis*, vol. 14 no. 1, 1-18.
- Vecchia, A V.; Ballerini, R. (1991). Testing for Periodic Autocorrelations in Seasonal Time Series Data. *Biometrika*, vol 78, no. 1, 53-63.
- Bartlett, M. S. (1946). On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time Series. *J. R. Statist. Soc*, vol 8, 27 - 41.
- Box, G.E.P.; Jenkins, G.M.; Reinsel, G.C. (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* - (Third Edition). Holden - Day.
- McCleod, A L. (1994). Diagnostic Checking of Autoregressive Models with Application. *Journal of Time Series Analysis*, vol. 15 no. 2, 221-233.
- Tiao, G. C.; Grupe, M. R. (1980). Hidden Periodic Autoregressive- Moving Average Models in Time Series Data. *Biometrika*, vol 67, no. 2, 365-373.

NOTAS DO ICMSC

SÉRIE ESTATÍSTICA

- 045/98 ACHCAR, J.A.; ANDRADE, M.G.; LOIBEL, S. - Weibull hazard function with a change-point: a bayesian approach using Markov chain Monte carlo methods.
- 044/97 ACHCAR, J.A.; PEREIRA, G.A. - Bayesian analysis of mixture models for survival data: some computational aspects.
- 043/97 ACHCAR, J.A.; PEREIRA, G.A. - Mixture models for type II censored survival data in the presence of covariates.
- 042/97 MOALA, F.A.; RODRIGUES, J. - A note on the prior distributions for the Weibull reliability function.
- 041/97 RODRIGUES, J. - Diagnostic of convergence of a Rao-Black Wellised estimate of the marginal density via calibrated divergence measures.
- 040/97 BARATELA, D.S.; RODRIGUES, J. - Uma caracterização da existência da posteriori marginal do parâmetro N do modelo de Jelinski-Moranda.
- 039/97 ACHCAR, J.A.; BRASSOLATI, D. - Use of Markov chain Monte Carlo methods for a bayesian analysis of software reliability models.
- 038/97 FRANCELIN, R.A.; BALLINI, R.; ANDARDE, M.G. - Back-propagation vs. Box and Jenkins model to streamflow forecasting.
- 037/97 ACHCAR, J.A.; LOIBEL, S. - Constant hazard function models with a change-point: a bayesian analysis using Markov chain Monte Carlo methods
- 036 /97 MOALA, F.A.; RODRIGUES, J. - Bayesian inference of the Weibull reliability function via Laplace approximation