

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**Operadores de Euler na modelagem por fronteira:
conceito, aplicação, estudos de casos**

ANA LIDDY CENNI DE CASTRO MAGALHÃES

MARCELO FERREIRA SIQUEIRA

MARIA CRISTINA FERREIRA DE OLIVEIRA

Nº 16

N O T A S



Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos



Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos

ISSN - 0103-2577

**Operadores de Euler na modelagem por fronteira:
conceito, aplicação, estudos de casos**

ANA LIDDY CENNI DE CASTRO MAGALHÃES

MARCELO FERREIRA SIQUEIRA

MARIA CRISTINA FERREIRA DE OLIVEIRA

Nº 16

N O T A S D O I C M S C

Série Computação

São Carlos

Nov. / 1994

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	01
2 - PRINCIPAIS CONCEITOS ENVOLVIDOS	02
2.1 - Sólidos de Variedade Simples e Modelos Planares	02
2.2 - Operadores de Euler	03
2.3 - Estruturas de dados B-Rep	05
3 - CARACTERÍSTICAS DO (SM) ²	06
3.1 - Estrutura Geral	06
3.2 - Representação Interna dos Dados	06
3.3 - Recursos para Modelagem	07
4 - COMO UTILIZAR OS OPERADORES DE EULER DO (SM) ²	08
4.1 - MVFS _h S e KVFS _h S	08
4.2 - MEV e KEV	09
4.3 - MEF e KEF	10
4.4 - KEMR e MEKR	11
4.5 - KFMRH e MFKRH	13
4.6 - MShKS e KShMS	14
4.7 - Operadores adicionais COLA-SÓLIDO e COLA-CASCA	15
5 - ESTUDO DE CASOS	16
5.1 - Caso 1: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Translacional Simples	16
5.2 - Caso 2: Geração de sólidos B-Rep por varredura Translacional Cônica	18
5.3 - Caso 3: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Translacional com Torção	19
5.4 - Caso 4: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Rotacional de Polígono Aberto	21
5.5 - Caso 5: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Rotacional de Polígono Fechado	23
5.6 - Caso 6: Geração de sólidos B-Rep com vazamentos	25
5.7 - Caso 7: Geração de sólidos B-Rep ocos	26
6 - CONCLUSÃO	28
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	29

1 - INTRODUÇÃO

A modelagem de sólidos envolve um corpo de teorias, técnicas e sistemas que procuram representar os sólidos de uma forma completa, permitindo, a princípio, o cálculo automático de qualquer propriedade geométrica dos sólidos passíveis de representação por computador [Req83]. A importância dos modeladores de sólidos está em sua capacidade de distinguir entre o interior, o exterior e a superfície de um objeto tridimensional, o que permite calcular propriedades dependentes desta distinção [Mor85].

Uma das formas de representação mais utilizadas é a **representação por fronteira (B-Rep)**, que descreve o sólido em termos de seus limites espaciais, normalmente uma superfície fechada com alguma convenção para indicar em que lado da superfície o sólido está. A superfície de um sólido é representada através da união de faces, limitadas por arestas, que por sua vez são limitadas por vértices. Esta hierarquia define a topologia do objeto que, associada às informações geométricas - como equações das superfícies sobre as quais estão as faces, equações das curvas sobre as quais estão as arestas e as coordenadas dos vértices - fornecem a rigidez do objeto modelado.

Neste contexto, encontra-se em desenvolvimento no ICMSC o $(SM)^2$ - SISTEMA DE MODELAGEM DE SÓLIDOS MULTIRREPRESENTACIONAL, um modelador de sólidos que combina diferentes formas de representação e possui a representação B-Rep como principal e permanente. Assim, independente do esquema de descrição e forma de representação inicialmente utilizados, o sólido que está sendo definido deverá ser convertido para a representação B-Rep.

Esta nota técnica descreve como construir sólidos B-Rep utilizando a principal ferramenta existente: os operadores de Euler. Está organizada da seguinte forma: a seção 2 apresenta os principais conceitos relacionados, como sólidos de variedade simples, modelos planares, estruturas de dados B-Rep e operadores de Euler; a seção 3 expõe as principais características do modelador $(SM)^2$; a seção 4 descreve os operadores de Euler disponíveis no $(SM)^2$ e mostra como aplicá-los na construção de sólidos B-Rep; a seção 5 relata vários casos de construção de sólidos utilizando estes operadores; concluindo, a seção 6 tece algumas considerações finais quanto ao uso de operadores de Euler.

2 - PRINCIPAIS CONCEITOS ENVOLVIDOS

2.1 - SÓLIDOS DE VARIEDADE SIMPLES E MODELOS PLANARES

Para a modelagem de sólidos, o que interessa são as formas limitadas e conectadas, que contêm um número finito e maior que um de faces que, unidas, definem sua fronteira. Segundo [Mor85], as faces devem ser limitadas, orientáveis, conexas, homogêneas, possuir área finita, dividir o espaço em domínios disjuntos e não se auto-interceptar.

Requicha e outros pesquisadores estabeleceram um conjunto de propriedades necessárias para classificar um objeto como sólido válido: rigidez, homogeneidade tridimensional, finitude, fechamento sob operações, finitude de descrição e determinismo de fronteira, descritas em [Req77, Req80, Mor85, Män88]. Dentre os sólidos considerados válidos, os de interesse para modeladores que utilizam a representação por fronteira são os sólidos de variedade simples ("manifolds"), que se caracterizam por duas propriedades principais: as arestas são compartilhadas por exatamente duas faces e as fronteiras são superfícies que podem ser representadas matematicamente. Os sólidos válidos que não satisfazem estas propriedades são denominados sólidos de variedade múltipla ("não-manifolds"). Exemplos de sólidos de variedade simples e múltipla são apresentados na figura 2.1.

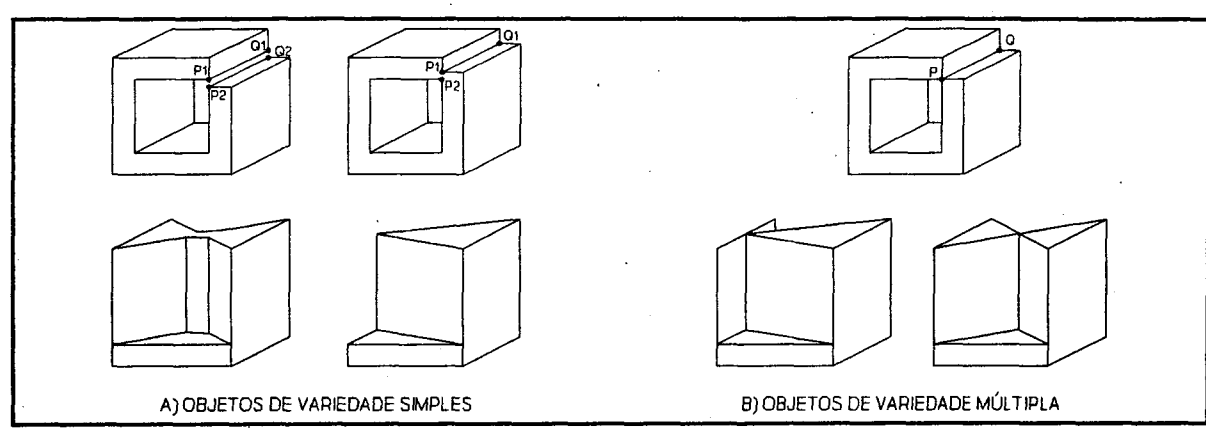


Figura 2.1 - Exemplos de objetos de variedade simples e múltipla

A representação de variedades simples possui a característica de ser essencialmente bidimensional, isto é, todo ponto pertencente à sua fronteira está rodeado por uma região "bidimensional" de pontos pertencentes à superfície. Assim, é possível deformá-la de forma a torná-la um plano, sem que seja necessário rompê-la ou "colar" pontos separados uns dos outros.

Sólidos de variedade simples podem, então, ser estudados através de um **modelo planar** - uma representação da superfície de um objeto sólido, decomposta em faces, que fornece uma abstração matemática útil e de aplicação direta na modelagem de sólidos por fronteira. Uma descrição matemática formal de modelos planares é apresentada por Mäntylä [Män88], e uma descrição formal dos conceitos de topologia relacionados pode ser encontrada em [Ale61]. A figura 2.2 a seguir ilustra a topologia de um cubo maciço e de um cubo vazado, que são sólidos de variedade simples, e os modelos planares correspondentes.

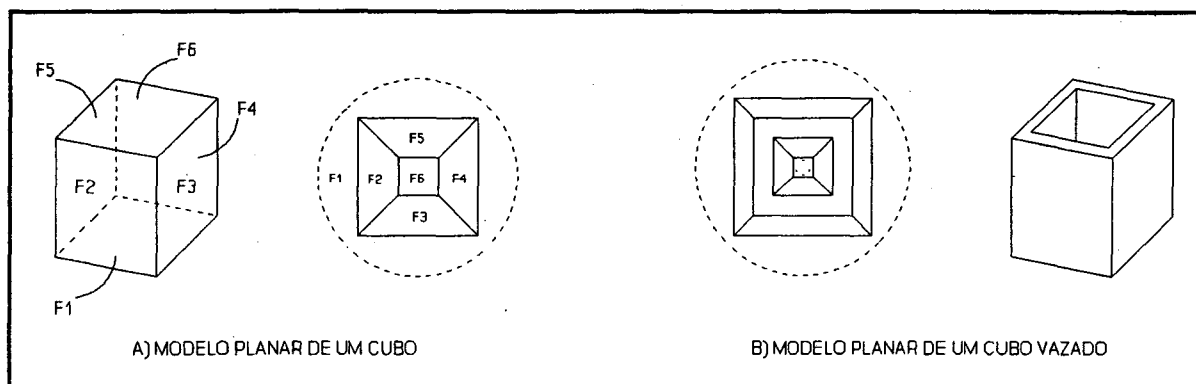


Figura 2.2 - A topologia do cubo representada por modelo planar - A) cubo maciço B) cubo vazado

2.2 - OPERADORES DE EULER

Um dos principais resultados da teoria desenvolvida para modelos planares é o Teorema da Invariância [Ale61], que garante às propriedades topológicas manterem-se constantes para todos os modelos planares que podem ser construídos. A idéia persiste para modelos por fronteira, através dos operadores de Euler.

A denominação **operadores de Euler** é derivada da conhecida "Lei de Euler": em qualquer poliedro simples, a relação entre o número de faces (F), arestas (E) e vértices (V) deve satisfazer à equação:

$$V - E + F = 2$$

A fórmula pode ser generalizada para sólidos arbitrários pela introdução de três outros parâmetros, que são: o número total de anéis - cavidades em faces - existentes no sólido (R, de "Ring"); o número total de orifícios que atravessam o sólido (H, de "Hole"); o número de componentes conexos - cascas - que compõem o sólido (S, de "Shell"). A fórmula geral é:

$$V - E + F = 2 (S - H) + R$$

As operações de Euler trabalham sobre a topologia do modelo. Cada vez que um operador de Euler é aplicado, o sólido resultante sempre satisfaz a equação, sendo topologicamente válido. A geometria é incorporada à representação à medida em que os vértices vão sendo criados e recebem suas coordenadas. Braid

et al. [Bra80] mostraram que cinco operadores e seus inversos são suficientes para descrever qualquer sólido de variedade simples, satisfazendo a equação anterior. De fato, estes cinco operadores podem ser escolhidos de diferentes formas, e alguns autores [Bau75, Eas79, Bra80, Män82] propuseram pequenas variações na coleção de operadores selecionados. Os operadores propostos por Mäntylä e Sulomen [Män82] são apresentados no quadro a seguir.

Operador	Significado	V	E	F	H	R	S
MVFS	Make Vertex, Face, Solid Constrói vértice, face, sólido	+1	0	+1	0	0	+1
KVFS	Kill Vertex, Face, Solid Destrói vértice, face, sólido	-1	0	-1	0	0	-1
MEV	Make Edge, Vertex Constrói aresta, vértice	+1	+1	0	0	0	0
KEV	Kill Edge Vertex Destrói aresta, vértice	-1	-1	0	0	0	0
MEF	Make Edge, Face Constrói aresta, face	0	+1	+1	0	0	0
KEF	Kill Edge Face Destrói aresta, face	0	-1	-1	0	0	0
MEKR	Make Edge, Kill Ring Constrói aresta, destrói anel	0	+1	0	0	-1	0
KEMR	Kill Edge, Make Ring Destrói aresta, constrói anel	0	-1	0	0	+1	0
MFKRH	Make Face, Kill Ring Hole Constrói face, destrói anel e cavidade	0	0	+1	-1	-1	0
KFMRH	Kill Face Make Ring Hole Destrói face, constrói anel e cavidade	0	0	-1	+1	+1	0

Quadro 2.1 - Operadores de Euler propostos por Mäntylä e Sulomen

Pesquisas desenvolvidas no início dos anos 80 por Mäntylä [Män82, Män84] mostram que os operadores de Euler fornecem um meio natural de manipular representações por fronteira para sólidos de variedade simples. Como resultado de suas pesquisas, Mäntylä mostrou que:

- toda representação por fronteira válida para objetos de variedade simples pode ser construída a partir dos operadores de Euler;

- uma representação por fronteira construída por operadores de Euler satisfaz todas as condições combinatórias para validade topológica;

- se a representação está corretamente inserida no espaço Euclidiano, o resultado é um objeto de variedade simples válido.

Os resultados de Mäntylä são importantes por fornecerem respostas definitivas para questionamentos que não haviam sido resolvidos na literatura anterior.

2.3 - ESTRUTURAS DE DADOS B-REP

Existem vários tipos de estruturas de dados para representar a geometria e a topologia de um modelo por fronteira, sendo que as mais difundidas são as que se baseiam em arestas, ou seja, que utilizam a aresta como elemento de referência, representando faces em termos de ciclos de arestas e obtendo vértices indiretamente, a partir das arestas. A maioria das estruturas de dados baseadas em arestas são derivadas da estrutura "Winged-edge" (Aresta-alada), proposta por Baumgart em 1975 [Bau75]. De uma forma geral, elas possuem complexidade variável, dependendo da quantidade de informações sobre relações de adjacência que armazenam, e cada uma possui vantagens e desvantagens em termos de espaço para armazenamento, simplicidade dos algoritmos de manipulação e conjunto de sólidos admitidos. Em [Mag94] é apresentado um resumo das principais características, vantagens e desvantagens das estruturas mais conhecidas.

Uma estrutura de dados típica de um modelador de sólidos por fronteira é uma rede hierárquica de entidades topológicas, com vértices no nível mais baixo, compondo arestas, faces e sólidos completos. Alguns modeladores possuem níveis adicionais na hierarquia para especificar ciclos ("loops" - sequência fechada de arestas) representando a fronteira da face e cascas ("shells" - conjunto de faces conectadas que formam um sólido ou uma cavidade). Ao gerar sólidos válidos, as faces do objeto formam pelo menos uma casca fechada, separando seu interior de seu exterior. Mäntylä propôs a estrutura "Half-edge" (Semi-aresta), que também é derivada da Aresta-alada e foi utilizada no modelador GWB [Män82, Män88]. Esta estrutura foi inicialmente proposta para modelos polidrais, mas pode ser estendida para admitir vários tipos de superfície (quádricas, paramétricas, de forma livre). Em [Män88] é apresentada uma implementação desta estrutura em linguagem "C".

Na estrutura "Half-edge" cada aresta do modelo é decomposta em duas semi-arestas, que são segmentos de reta em um ciclo, correspondendo às ocorrências da aresta nos sentidos positivo e negativo das faces adjacentes, como apresentado na figura 2.3. Esta estrutura possui cinco níveis hierárquicos (Sólido, Face, Ciclo, Semi-Aresta e Vértice). Uma de suas vantagens em relação à Aresta-alada convencional é a de permitir que uma face possua várias bordas, devido à possibilidade de associar a cada face uma lista de ciclos. Quando uma face possui mais de uma borda, uma é considerada externa e as outras são consideradas anéis ou cavidades. Como resultado, um maior número de objetos pode ser modelado.

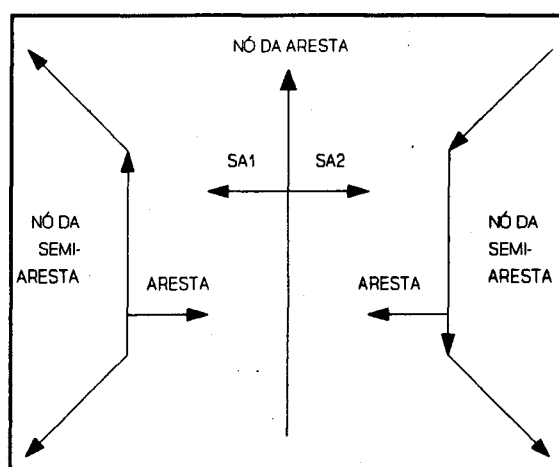


Figura 2.3 - Identificação de semi-arestas da estrutura "Half-Edge"

3. CARACTERÍSTICAS DO (SM)²

3.1 - ESTRUTURA GERAL

Em linhas gerais, o (SM)² possui cinco módulos principais, como ilustrado na figura 3.1. Estes módulos estão sendo desenvolvidos de forma independente, ainda que funcionalmente interligados. O módulo de **Representação**, ou Núcleo, é responsável pela manutenção, gerenciamento e acesso a representações internas. O módulo de **Modelagem** é responsável pelas operações que atuam sobre a representação interna, gerando objetos e cenas e respondendo a questões geométricas e topológicas. O módulo de **Visualização** permite apresentar detalhes da cena conforme interesse do usuário. Dando suporte a estes módulos está o **Gerenciador de Arquivos**.

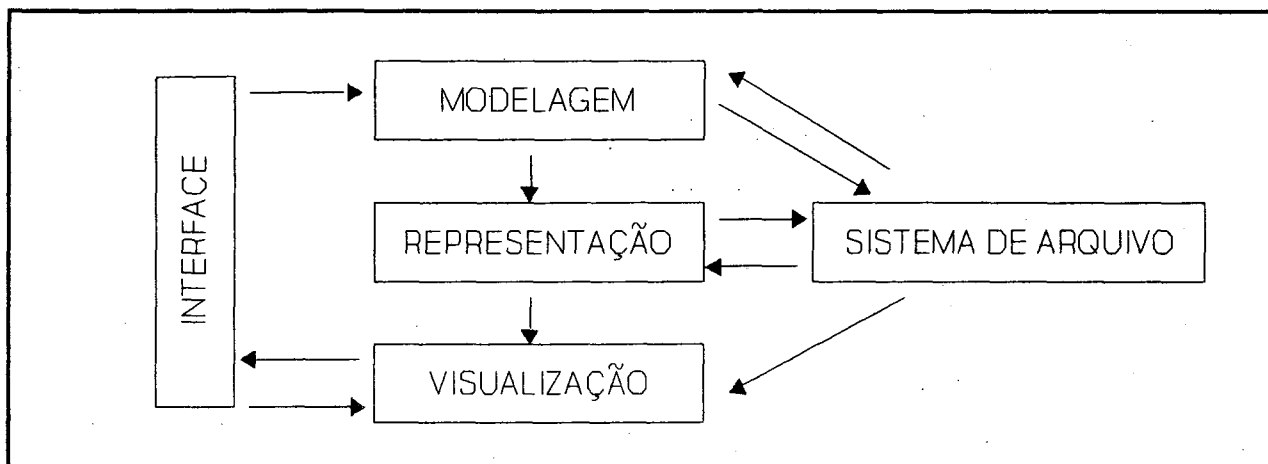


Figura 3.1 - - Estrutura modular do (SM)²

3.2 - REPRESENTAÇÃO INTERNA DOS DADOS

A estrutura de dados utilizada no (SM)² é uma variação da estrutura Semi-aresta ("Half-edge") proposta por Mäntylä. A principal diferença está na inclusão do elemento casca, que aumenta o poder descritivo do modelador por permitir a construção de sólidos ocos e facilita a realização de operações mais complexas, como união, intersecção e diferença entre sólidos [Tsu92]. A figura 3.2 apresenta uma visão hierárquica da estrutura de dados do (SM)². Atenção especial deverá ser dada à semi-aresta, elemento chave na construção correta de sólidos B-Rep através dos operadores de Euler.

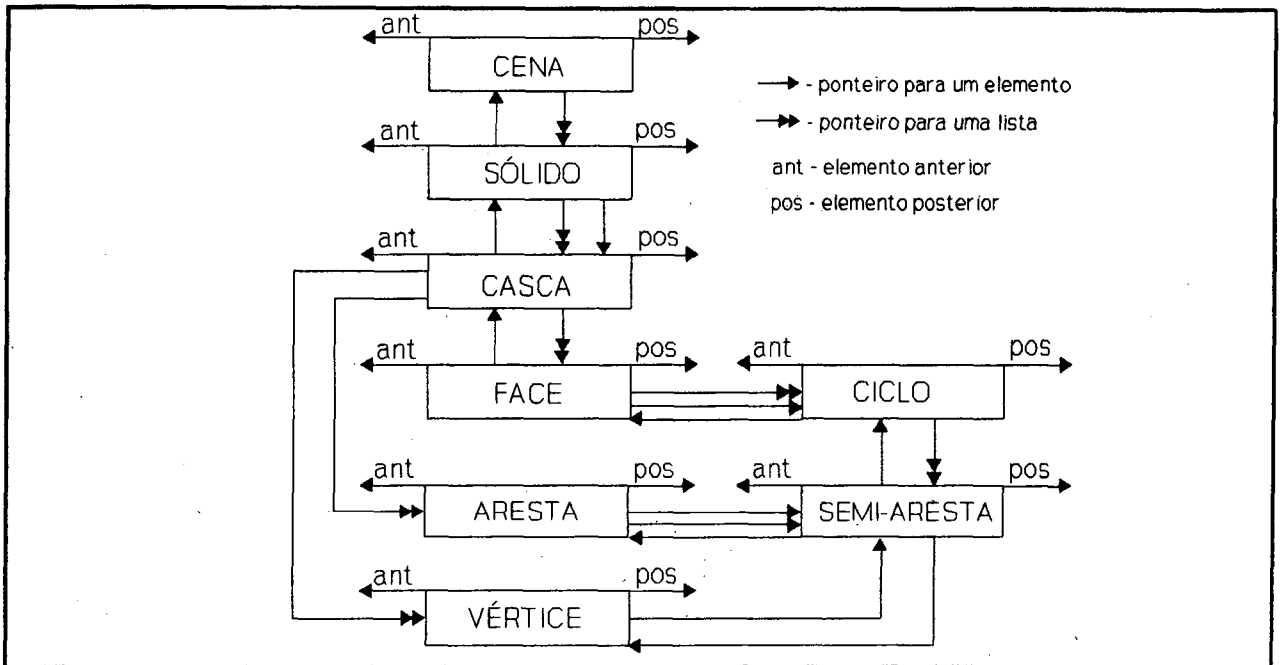


Figura 3.2 - Visão hierárquica da estrutura de dados utilizada

A estrutura geral suporta apenas objetos poliedrais (faces planas), de forma que objetos com faces curvas são aproximados. Pretende-se futuramente estender a representação B-Rep para descrever objetos com faces curvas de forma exata.

3.3. RECURSOS PARA MODELAGEM

A definição inicial de objetos sólidos pode ocorrer de três formas, implementadas em três sub-módulos distintos: através do instanciamento de primitivas, de operações de varredura translacional e rotacional, ou por semi-espacos definidos por funções implícitas. Está prevista a inclusão de modelagem sólida construtiva e a incorporação de superfícies paramétricas, como *B-Splines* [Bar87].

Uma característica desses módulos é a possibilidade de gerar objetos sólidos já com alguma complexidade, diminuindo a necessidade de operações complexas de edição, como as operações booleanas [Män88, Hof89], que são computacionalmente caras e complexas quando aplicadas sobre sólidos B-Rep.

Durante o processo de geração de cada sólido é armazenada a forma original de definição, para que outros procedimentos possam tirar proveito destas informações. Como exemplo, o cálculo do volume de um sólido é feito muito mais facilmente a partir dos parâmetros da primitiva do que de sua representação B-Rep. Também é mantida a sequência dos operadores de Euler utilizados, para que seja possível desfazer alguma operação indesejada ("undo"). Maiores detalhes sobre o (SM)2 podem ser obtidos em [Mag94a] e [Mag94b].

4 - COMO UTILIZAR OS OPERADORES DE EULER DO (SM)²

Devido à inclusão do elemento casca na estrutura de dados B-Rep, o conjunto de operadores de Euler utilizados pelo (SM)² foi ampliado. Esta seção apresenta uma descrição detalhada de cada operador disponível, bem como a relação e a forma de identificação dos parâmetros necessários para cada operador, visando facilitar a compreensão dos casos apresentados na próxima seção.

Atenção especial deve ser dada ao elemento semi-aresta, fundamental para a aplicação correta dos operadores de Euler. Ao definir a orientação das faces, o ciclo de semi-arestas deverá estar orientado de forma que, utilizando a regra da mão direita, a normal à face aponte para o exterior do sólido que está sendo criado.

4.1 - MVFShS e KVFSHs

O operador MVFShS (*"Make Vertex Face Shell Solid"*) cria a partir do nada uma instância da estrutura de dados de um sólido que possui um único vértice, uma face e uma casca. A nova face possui um ciclo vazio, sem nenhuma aresta. O "sólido" criado não satisfaz a noção intuitiva de sólido, constituindo uma "forma esquelética". Porém, é útil como estado inicial na criação de sólidos B-Rep através de uma sequência de operadores de Euler. KVFSHs (*"Kill Vertex Face Shell Solid"*) constitui a operação oposta, que destrói a instância esquelética criada com uma estrutura de dados igual à do MVFShS. A representação gráfica destes dois operadores é apresentada na figura 4.1 (A) e a estrutura de dados gerada ao aplicar MVFShS, na figura 4.1 (B). Os parâmetros utilizados por estes operadores estão descritos no quadro 4.1.

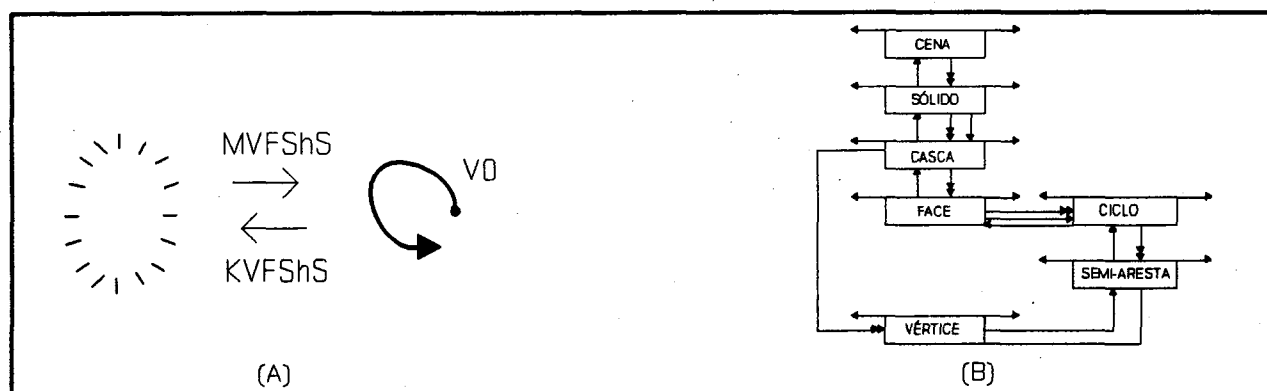


Figura 4.1 - Efeito obtido ao aplicar os operadores MVFShS e KVFSHs

Operação	Parâmetros	Formato
MVFSHs	nome: nome do sólido a ser criado tipo: tipo de construção a ser utilizada (*) sn: identificador do sólido a ser criado cn: identificador da casca inicial at: identificador da lista de atributos para a face inicial (*) ap: indicador de face aproximada (*) fn: identificador da face inicial vn: identificador do vértice inicial x, y, z: coordenadas do vértice inicial (*) não relacionados aos operadores de Euler, ver [Mag94]	string integer short_integer short_integer short_integer integer long_integer long_integer long_float
KVFSHs	sn: identificador do sólido a ser destruído, o qual deve estar na forma esquelética	short_integer

Quadro 4.1 - Parâmetros utilizados nas operações MVFSHs e KVFSHs

4.2 - MEV e KEV

Os operadores MEV ("Make Edge Vertex") e KEV ("Kill Edge Vertex") manipulam propriedades topológicas locais de um modelo por fronteira, ou seja, alteram a topologia do modelo sem interferir no número total de cascas e cavidades. MEV subdivide um vértice em dois, concatenando-os por uma nova aresta, tendo como efeito a adição de um vértice e uma aresta à estrutura de dados. Podem ocorrer em três situações distintas, ilustradas na figura 4.2:

(A) partindo da forma esquelética, na qual o ciclo existente é vazio - o vértice sem aresta é dividido em dois, os quais são unidos pela aresta criada, que contém duas semi-arestas com direções opostas. Ainda não tem sentido falar em vértices anterior e posterior.

(B) gerando uma aresta pertencente a uma única face - neste caso, o vértice criado será posicionado antes da semi-aresta fornecida como parâmetro, considerando a orientação do ciclo de semi-arestas.

(C) gerando uma aresta pertencente a duas faces - as semi-arestas a serem fornecidas como parâmetro são as que saem do vértice a ser dividido, e o vértice criado ficará antes destas semi-arestas na sequência do ciclo.

O operador KEV desfaz qualquer um destes casos. Dada uma aresta conectando dois vértices distintos, KEV remove a aresta e une os dois vértices, deixando apenas um. Os parâmetros utilizados pelos operadores MEV e KEV são apresentados no quadro 4.2.

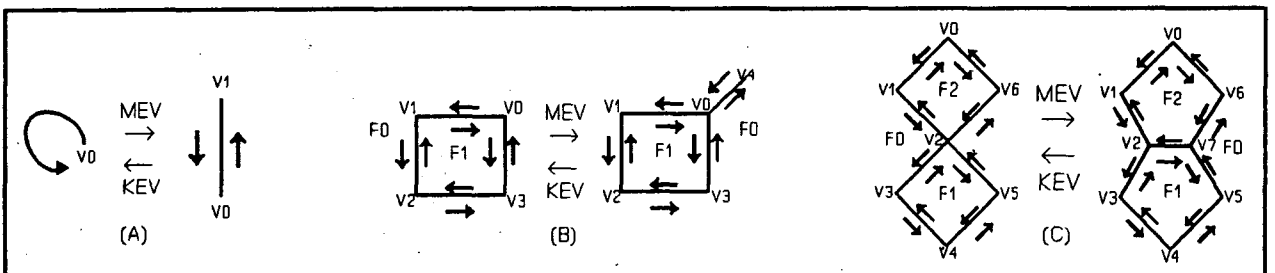


Figura 4.2 - Formas de utilização das operações MEV e KEV

Operação	Parâmetros	Formato
MEV	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da primeira face onde o vértice e a aresta serão criados fn2: identificador da segunda face onde o vértice e a aresta serão criados vn1: identificador do vértice onde saem as 2 semi-arestas de referência vn2: identificador do vértice onde chega a primeira semi-aresta (em fn1) vn3: identificador do vértice onde chega a segunda semi-aresta (em fn2) vn4: identificador do vértice a ser criado e unido a vn1 pela nova aresta x, y, z: coordenadas do vértice que será criado	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer long_integer long_integer long_integer long_float
KEV	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face que terá a aresta e o vértice destruídos vn1: identificador do vértice a ser destruído, de onde sai a semi-aresta vn2: identificador do vértice onde chega a semi-aresta a ser destruída, ou seja, o identificador do vértice que será unido (em fn1)	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer

Quadro 4.2 - Parâmetros utilizados nas operações MEV e KEV

4.3 - MEF e KEF

Da mesma forma que MEV e KEV, MEF (*"Make Edge Face"*) e KEF (*"Kill Edge Face"*) manipulam propriedades topológicas locais. MEF subdivide um ciclo, fazendo a ligação de dois vértices por uma nova aresta, ou seja, adiciona uma nova aresta e uma nova face à estrutura de dados. Cuidado especial deve ser tomado ao identificar as semi-arestas utilizadas no fechamento da nova face, pois estas interferem na orientação da face gerada. A nova aresta deve ser especificada pelas semi-arestas que saem de seus vértices inicial e final, seguindo o ciclo da nova face. Estas operações podem ocorrer em quatro situações distintas, ilustradas na figura 4.3.

(A) criando uma aresta que define a primeira face delimitada do sólido - como mencionado, a orientação desta aresta influenciará na orientação de todo o sólido. A aresta a ser criada é especificada pelas duas semi-arestas que saem dos vértices inicial e final, ligados pela nova aresta. A face criada é a que foi fechada.

(B) criando uma aresta que divide uma face delimitada existente - os vértices inicial e final a serem ligados por esta aresta devem ser especificados considerando as semi-arestas que partem deles, seguindo o sentido do ciclo da nova face gerada.

(C) criando aresta e face a partir do modelo esquelético - em analogia ao ocorrido com MEV, MEF pode ser aplicado a ciclos vazios, resultando em um único vértice com uma aresta circular separando duas faces.

(D) criando aresta e face nulas - neste caso, a aresta é gerada com vértices inicial e final coincidentes, e a orientação da nova face é oposta à da face de onde foram derivadas.

A operação KEF desfaz o que a MEF fez. Dada uma aresta adjacente a duas faces distintas, KEF remove a aresta, une as duas faces em uma única, e mescla os ciclos externos das faces envolvidas.

Os parâmetros utilizados em ambas operações são descritos no quadro 4.3.

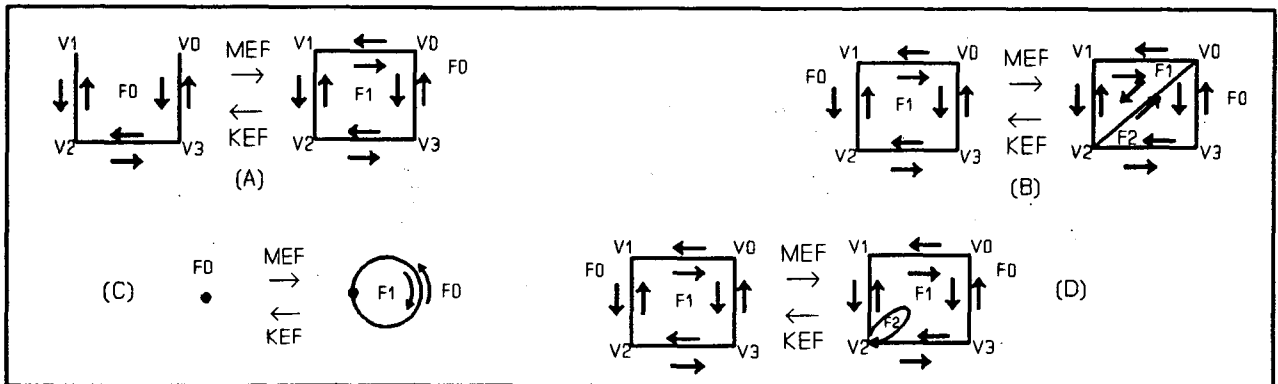


Figura 4.3 - Formas de utilização das operações MEF e KEF

Operação	Parâmetros	Formato
MEF	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face onde a aresta e a nova face serão criadas vn1: identificador do vértice de onde sai a semi-aresta a ser criada vn2: identificador do vértice onde chega a semi-aresta, já existente, que sai de vn1 (em fn1) vn3: identificador do vértice onde chega a semi-aresta a ser criada vn4: identificador do vértice onde chega a semi-aresta, já existente, que sai de vn3 (em fn1) fn2: identificador da face a ser criada at: identificador da lista de atributos para a face (*) ap: indica se a face a ser criada é aproximada (*) (*) não relacionados aos operadores de Euler, ver [Mag94]	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer long_integer long_integer long_integer short_integer integer
KEF	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face a ser destruída, que contém a aresta vn1: identificador do vértice de onde sai a semi-aresta a ser destruída vn2: identificador do vértice onde chega a semi-aresta a destruir (em fn1)	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer

Quadro 4.3 - Parâmetros utilizados nas operações MEF e KEF

4.4 - KEMR e MEKR

Constituem operadores de conveniência, cuja necessidade é devida mais à convenção utilizada no esquema de representação do que à teoria. Para fazer uso completo de ciclos vazios, é necessário um operador específico para a sua criação. **KEMR** ("Kill Edge Make Ring") divide um ciclo em dois novos através da remoção da aresta que aparece duas vezes no mesmo. Separa ciclos conectados em ciclos independentes, gerando anéis (sequência de vértices que possuem um ciclo de semi-arestas somente em uma das direções). Possui o efeito de remover uma aresta e adicionar um anel à estrutura de dados.

O operador inverso MEKR ("Make Edge Kill Ring") une dois ciclos de uma face, pela inclusão de uma aresta ligando um vértice de cada ciclo. O caso geral é ilustrado na figura 4.4 (A) e os casos especiais, nos quais um ou ambos os ciclos resultantes são nulos, correspondem respectivamente à figura 4.4 (B) e (C). Os parâmetros utilizados por estes operadores estão descritos no quadro 4.4. A semi-aresta "vn1-vn2" utilizada pela operação KEMR deve ser escolhida de tal forma que as semi-arestas seguintes, até a "vn2-vn1" pertencerão ao novo ciclo (o anel), enquanto que as demais semi-arestas deverão pertencer ao ciclo antigo (externo).

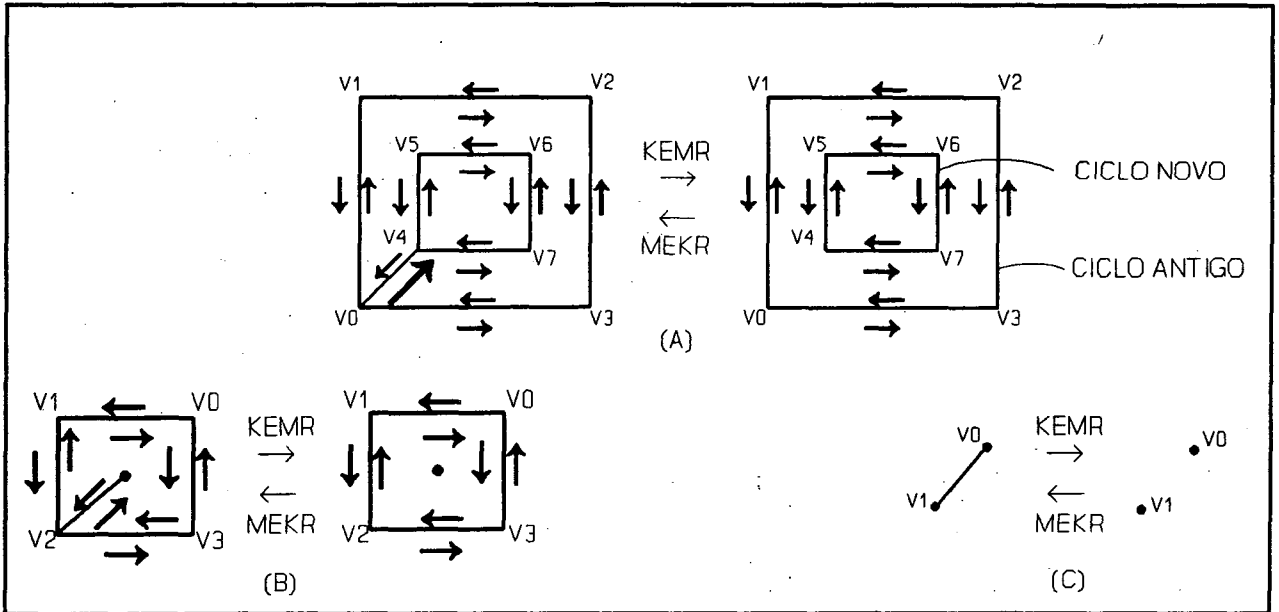


Figura 4.4 - Formas de utilização das operações KEMR e MEKR

Operação	Parâmetros	Formato
KEMR	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face que terá a aresta destruída e o anel criado vn1: identificador do vértice inicial da aresta a ser destruída vn2: identificador do vértice final da aresta a ser destruída	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer
MEKR	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face que terá o anel destruído e a aresta criada vn1: identificador do vértice a ser unido, contido no ciclo externo da face vn2: identificador do vértice onde chega a semi-aresta, já existente, que sai de vn1 (em fn1) vn3: identificador do vértice a ser unido, contido no anel da face vn4: identificador do vértice onde chega a semi-aresta, já existente, que sai de vn3 (em fn1)	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer long_integer long_integer

Quadro 4.4 - Parâmetros utilizados nas operações MEF e KEF

4.5 - KFMRH e MFKRH

Ambos operadores manipulam propriedades topológicas globais. KFMRH (*"Kill Face Make Ring Hole"*) realiza a operação de soma conectada, definida para modelos planares. Dadas duas faces F1 e F2, este operador une-as em uma única face através da transformação do ciclo de fronteira F2 em um anel de F1. Seu efeito então é o de remover uma face (F2) e adicionar um anel. É difícil de ilustrar, uma vez que não possui efeito no arranjo local de arestas e vértices, constituindo uma manipulação global real. KFMRH é uma denominação imprópria, pois o operador só criará o buraco ("hole") se as duas faces envolvidas pertencerem à mesma casca. Quando aplicado a faces pertencentes a cascas distintas, seu efeito é combiná-las em uma única casca, e o nome KFShMR seria mais apropriado (mas ainda não é o ideal).

MFKRH (*"Make Face Kill Ring Hole"*) é o operador inverso, que modifica o anel de uma face para um ciclo na fronteira da nova face. O item (A) da figura 4.5 mostra a representação gráfica destes operadores, enquanto o item (B) ilustra o ocorrido com o sólido. O quadro 4.5 descreve os parâmetros envolvidos nestas operações.

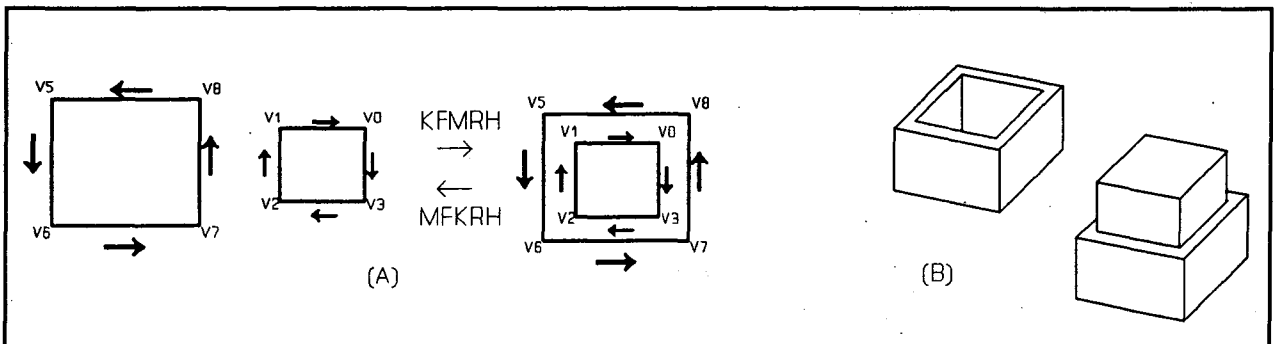


Figura 4.5 - Efeito obtido ao aplicar os operadores KFMRH e MFKRH

Operação	Parâmetros	Formato
MFKRH	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação cn: identificador da casca sobre a qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face contendo o anel e o buraco a serem destruídos vn1: identificador do vértice inicial de uma semi-aresta contida no anel vn2: identificador do vértice final da semi-aresta definida em vn1 fn2: identificador da face que será criada	short_integer short_integer long_integer long_integer long_integer long_integer
KFMRH	sn: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação fn1: identificador da face que conterá o anel e o buraco fn2: identificador da face que será destruída	short_integer long_integer long_integer

Quadro 4.5 - Parâmetros utilizados nas operações MFKRH e KFMRH

4.6 - MShKS e KShMS

O operador MShKS (*"Make Shell Kill Solid"*) transfere a casca externa de um sólido para outro e, em seguida, elimina o sólido que continha a casca. A casca transferida passa a ser uma casca interna do sólido que a recebeu. Composto sua fronteira, o sólido a ser eliminado deve possuir apenas a casca a ser transferida. O operador inverso KShMS (*"Kill Shell Make Solid"*) realiza a operação inversa, criando um sólido cuja fronteira é composta por uma casca interna transferida de outro sólido. A figura 4.6 mostra graficamente como estas operações ocorrem, e o quadro 4.6 descreve os parâmetros envolvidos nestas operações.

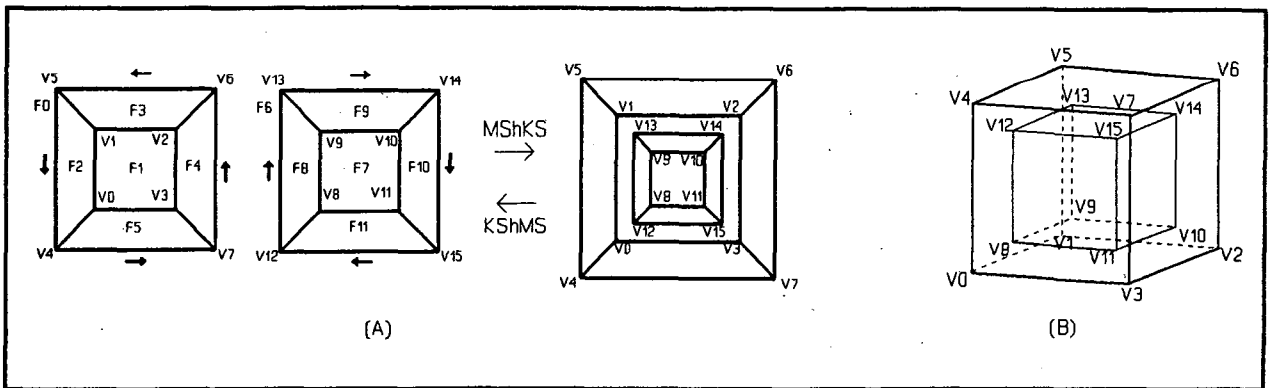


Figura 4.6 - Representação gráfica das operações MShKS e KShMS

Operação	Parâmetros	Formato
MShKS	sn1: identificador do sólido que receberá a nova casca sn2: identificador do sólido que será destruído	short_integer short_integer
KShMS	nome: nome do sólido a ser criado sn1: identificador do sólido que estará sendo criado sn2: identificador do sólido que sofrerá a perda da casca cn2: identificador da casca de sn2 sobre a qual ocorrerá a operação (deverá ser uma casca interna)	string short_integer short_integer short_integer

Quadro 4.6 - Parâmetros utilizados nas operações MShKS e KShMS

4.7 - Operadores adicionais COLA-SÓLIDO e COLA-CASCA

O operador COLA-SÓLIDO une dois sólidos através da colagem de duas faces idênticas e coincidentes, cada uma pertencente a um dos sólidos. Primeiro, a estrutura de dados de um dos sólidos recebe os dados da estrutura de outro sólido, gerando uma única estrutura representando a união. Então, as faces idênticas são eliminadas, bem com as arestas e vértices de uma das faces. A figura 4.7 a seguir ilustra esta operação.

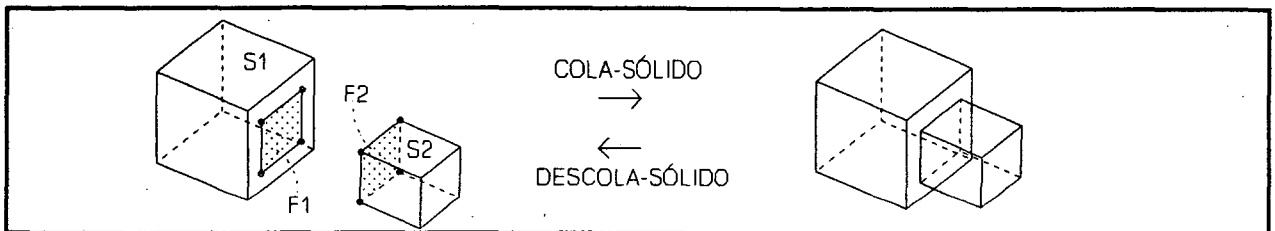


Figura 4.7 - Efeito obtido ao aplicar os operador COLA-SÓLIDO e seu inverso

Quando dois sólidos devem ser unidos através da colagem de mais de duas faces idênticas, o operador COLA-CASCA é usado após o operador COLA-SÓLIDO para unir as demais faces idênticas dos sólidos não coladas por COLA-SÓLIDO. Estas faces são, então, removidas juntamente com os vértices e arestas de uma das faces, da mesma forma que ocorre em COLA-SÓLIDO. A figura 4.8 elucida este caso, e o quadro 4.8 descreve os parâmetros envolvidos nestas duas operações.

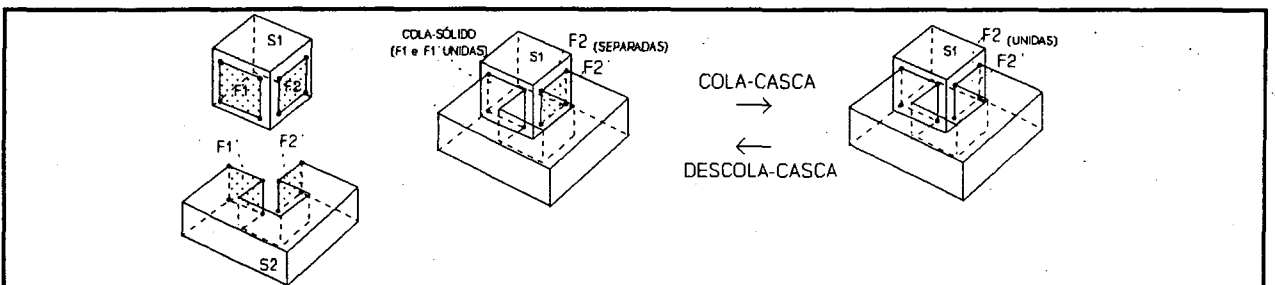


Figura 4.8 - Efeito obtido ao aplicar o operador COLA-CASCA e seu inverso

Operação	Parâmetros	Formato
COLA-SÓLIDO	sn1: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação sn2: identificador do sólido a ser colado em sn1 fn1: identificador da face do sólido sn1 que será colada fn2: identificador da face do sólido sn2 que será colada	short_integer short_integer long_integer long_integer
COLA-CASCA	sn1: identificador do sólido sobre o qual ocorrerá a operação fn1: identificador de uma das faces do sólido que será colada fn2: identificador da outra face do sólido que será colada	short_integer long_integer long_integer

Quadro 4.7 - Parâmetros utilizados nas operações COLA-SÓLIDO e COLA-CASCA

5 - ESTUDO DE CASOS

A seguir são apresentados diversos exemplos de construção de sólidos que utilizam operadores de Euler. A técnica de construção empregada é a varredura, que possui como elemento básico um polígono (denominado gerador) que percorre um caminho (denominado diretor), enquanto faces laterais são geradas. As informações necessárias para entender o processo de construção são apresentadas na descrição de cada caso. Maiores detalhes sobre operações de varredura podem ser obtidos em [Mag94].

Todos os casos apresentados foram implementados no SM². Visando facilitar a compreensão, cada caso é acompanhado de uma ilustração contendo a evolução do processo, através de modelos planares, e da sequência de operações aplicadas. Também são feitas algumas considerações quanto à orientação das semi-arestas e os parâmetros utilizados nos operadores de Euler aplicados. Supõe-se que as coordenadas dos vértices já tenham sido calculadas e estejam geometricamente consistentes.

5.1 - Caso 1: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Translacional Simples

Na varredura translacional simples, o polígono superior do sólido é obtido transladando o polígono gerador por um caminho reto e não coplanar. As faces laterais são sempre compostas por 4 arestas, formando retângulos quando a translação for reta ou paralelogramos quando a translação for oblíqua. Utilizando esta técnica é possível construir blocos e prismas. Primeiro são construídas as bases, e em seguida as faces laterais. A face superior fica automaticamente construída ao gerar a última face lateral.

Cuidado especial deve ser tomado com a orientação do sólido: todas as semi-arestas que constituem a borda de uma face (ou ciclo) devem seguir uma mesma orientação, e a normal à face tomando por base o sentido das semi-arestas e utilizando a regra da mão direita deve apontar para o lado externo do sólido que está sendo contruído.

As etapas seguidas na construção de um bloco são ilustradas na figura 5.1 e descritas na caixa 1. Cada etapa corresponde ao emprego de um operador de Euler e é identificada por uma seta numerada na figura. A descrição do operador empregado é obtida na linha de mesmo número existente na caixa. As setas que acompanham cada aresta na figura indicam o sentido do ciclo de semi-arestas. As setas maiores indicam que aquela semi-aresta está sendo utilizada como parâmetro para a operação seguinte. Quando um ciclo é fechado, formando uma nova face, as semi-arestas daquele ciclo não mais aparecem, por não interferirem mais nas operações restantes. Também estão anotados na figura os vértices e as faces que já foram criados.

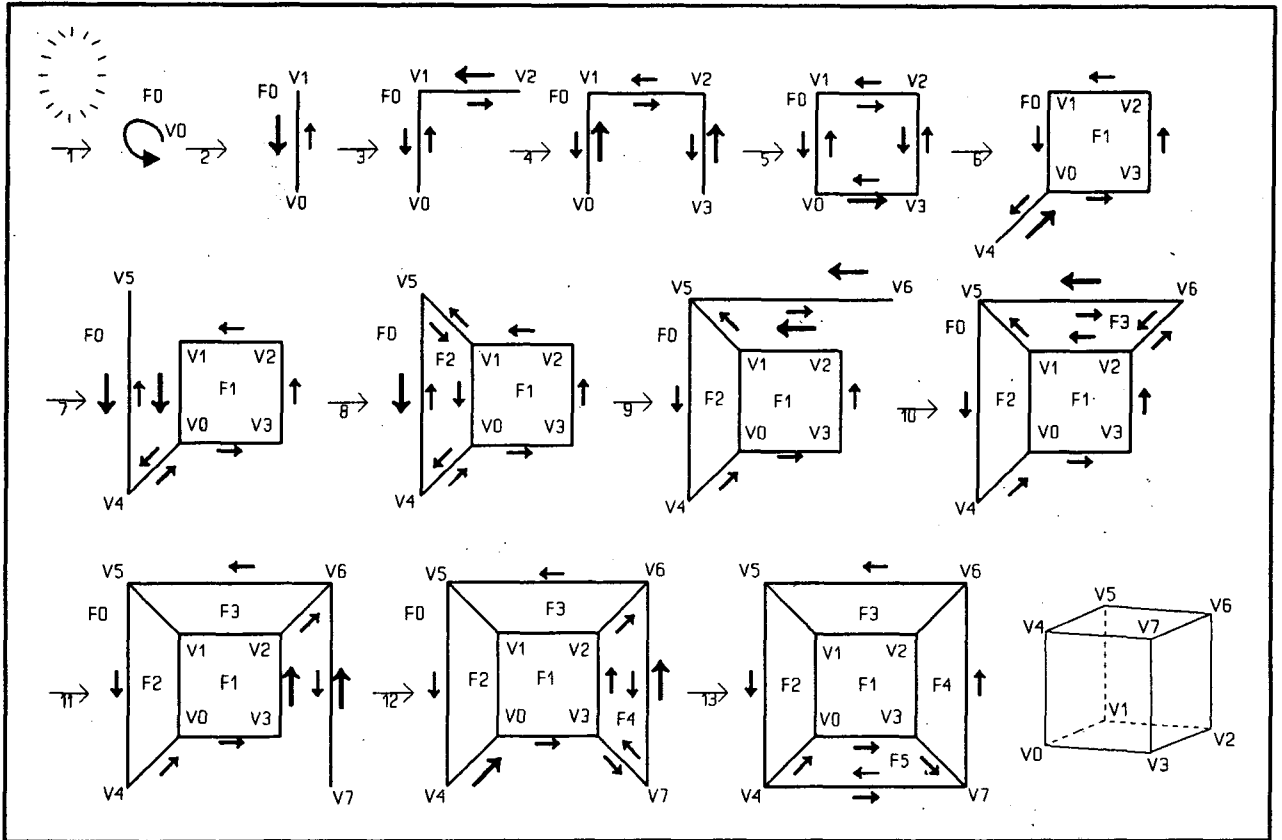


Figura 5.1 - Seqüência de operações aplicadas na geração de um sólido por varredura translacional simples

01 : MVFSHS	(bloco, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0.00, 0.00, 0.00)
02 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0.00, 4.00, 0.00)
03 : MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 4.00, 4.00, 0.00)
04 : MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 3, 4.00, 0.00, 0.00)
05 : MEF	(0, 0, 0, 3, 2, 0, 1, 1, 1, 0)
06 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 4, 0.00, 0.00, 5.00)
07 : MEV	(0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 5, 0.00, 4.00, 5.00)
08 : MEF	(0, 0, 0, 5, 4, 1, 0, 2, 1, 0)
09 : MEV	(0, 0, 0, 0, 5, 4, 4, 6, 4.00, 4.00, 5.00)
10 : MEF	(0, 0, 0, 6, 5, 2, 1, 3, 1, 0)
11 : MEV	(0, 0, 0, 0, 6, 5, 5, 7, 4.00, 0.00, 5.00)
12 : MEF	(0, 0, 0, 7, 6, 3, 2, 4, 1, 0)
13 : MEF	(0, 0, 0, 7, 6, 4, 0, 5, 1, 0)

Caixa 1 - Operações de Euler aplicadas na geração de um sólido por varredura translacional simples

5.2 - Caso 2: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Translacional Cônica

Na varredura translacional cônica, os vértices do polígono gerador, além de serem transladados, convergem para um ponto denominado ponto de fuga. Na varredura translacional cônica reta completa, as faces laterais são triângulos isósceles e o ponto de fuga está localizado na posição do centróide do polígono gerador, a uma distância $d > 0$. Na varredura translacional oblíqua completa, as faces laterais são triângulos escalenos, estando o ponto de fuga localizado em qualquer posição acima do plano definido pelo polígono gerador. Utilizando esta técnica é possível construir pirâmides e aproximações poliedrais de cones. Primeiro são construídas as bases, e em seguida as faces laterais.

Se a altura total de translação h for menor que a distância d existente entre o polígono e o ponto de fuga, a figura gerada representará um tronco de pirâmide. A face superior será uma cópia reduzida do polígono gerador por um fator de escala h/d . Neste caso, as faces laterais serão trapezoidais, e deverão ser construídas seguindo as etapas descritas no caso 1 (seção 5.1).

A figura 5.2 ilustra o processo de construção de uma pirâmide, e a caixa 2 apresenta a descrição de cada operação utilizada. Valem aqui as mesmas considerações anteriores quanto a orientação, representação de vértices, semi-arestas, arestas e faces, descritas no caso 1.

Para facilitar a visualização das arestas e semi-arestas no modelo planar da figura, optou-se por inverter na etapa 6 o lado onde estão representados os ciclos (isto é, foi invertida a posição das faces F_0 e F_1). Ao fechar a face 1, as semi-arestas que formam o seu ciclo não mais foram representadas, e as semi-arestas do ciclo externo foram trazidas para dentro do desenho, para permitir uma única representação das arestas que compõem as faces laterais.

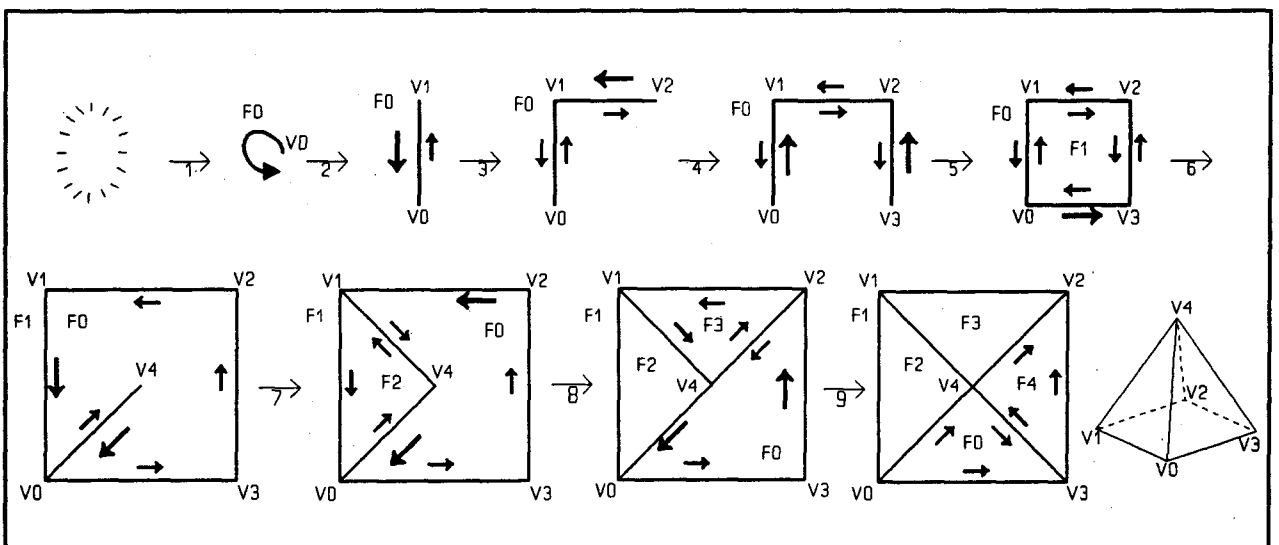


Figura 5.2 - Sequência de operações aplicadas na geração de sólidos por varredura translacional cônica

01 :	MVFSbS	(piramide, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 5.00, 0.00, 0.00)
02 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0.00, -5.00, 0.00)
03 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 2, -5.00, 0.00, 0.00)
04 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 3, 0.00, 5.00, 0.00)
05 :	MEF	(0, 0, 0, 3, 2, 0, 1, 1, 1, 0)
06 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 4, 0.00, 0.00, 5.00)
07 :	MEF	(0, 0, 0, 4, 0, 1, 0, 2, 1, 0)
08 :	MEF	(0, 0, 0, 4, 0, 2, 1, 3, 1, 0)
09 :	MEF	(0, 0, 0, 4, 0, 3, 2, 4, 1, 0)

Caixa 2 - Operações de Euler aplicadas na geração de um sólido por varredura translacional cônica

5.3 - Caso 3: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Translacional com Torção

A varredura translacional com torção consiste de uma combinação entre a translação e a rotação. A translação ocorre perpendicularmente ao plano de definição do polígono gerador, enquanto a rotação ocorre no citado plano e em relação à centróide do polígono. Como os dois movimentos são perpendiculares entre si, um não interfere no outro. Devido à torção sofrida pelas faces laterais, seus vértices deixam de ser coplanares, sendo necessário dividir cada face lateral retangular gerada em duas faces triangulares.

Primeiro são construídas as bases, e em seguida as faces laterais. A face superior fica automaticamente construída ao gerar a última face lateral. Esta forma de construção de sólido pode ser utilizada na geração de formas torcidas, como parafusos.

O processo de construção de um bloco torcido é ilustrado na figura 5.3, e a descrição de cada operador utilizado é apresentada na caixa 3. Valem aqui as considerações anteriores quanto a orientação, representação de vértices, semi-arestas, arestas e faces, descritas no caso 1 (seção 5.1). Apesar da figura 5.3 só ilustrar um passo para a geração da torção, diversos passos podem ser realizados, melhorando significativamente a precisão da rotação sofrida pelo sólido. Em contrapartida, neste caso a estrutura de dados gerada para o sólido se torna bem maior, devido ao aumento do número de vértices, arestas, semi-arestas e faces.

A sequência de numeração dos vértices difere dos casos anteriores. Ao invés de seqüencial, ela é acrescida de p (número de passos) a cada vértice da base, e de $+1$ entre vértices correspondentes a cada passo. Desta forma, os vértices que compõem a base são $V_0, V_p, V_{2p}, V_{3p}, \dots$; os vértices do n -ésimo passos são $V_n, V_{p+n}, V_{2p+n}, V_{3p+n}, \dots$. No exemplo ilustrado, p possui valor 2 (o passo na base mais o passo superior).

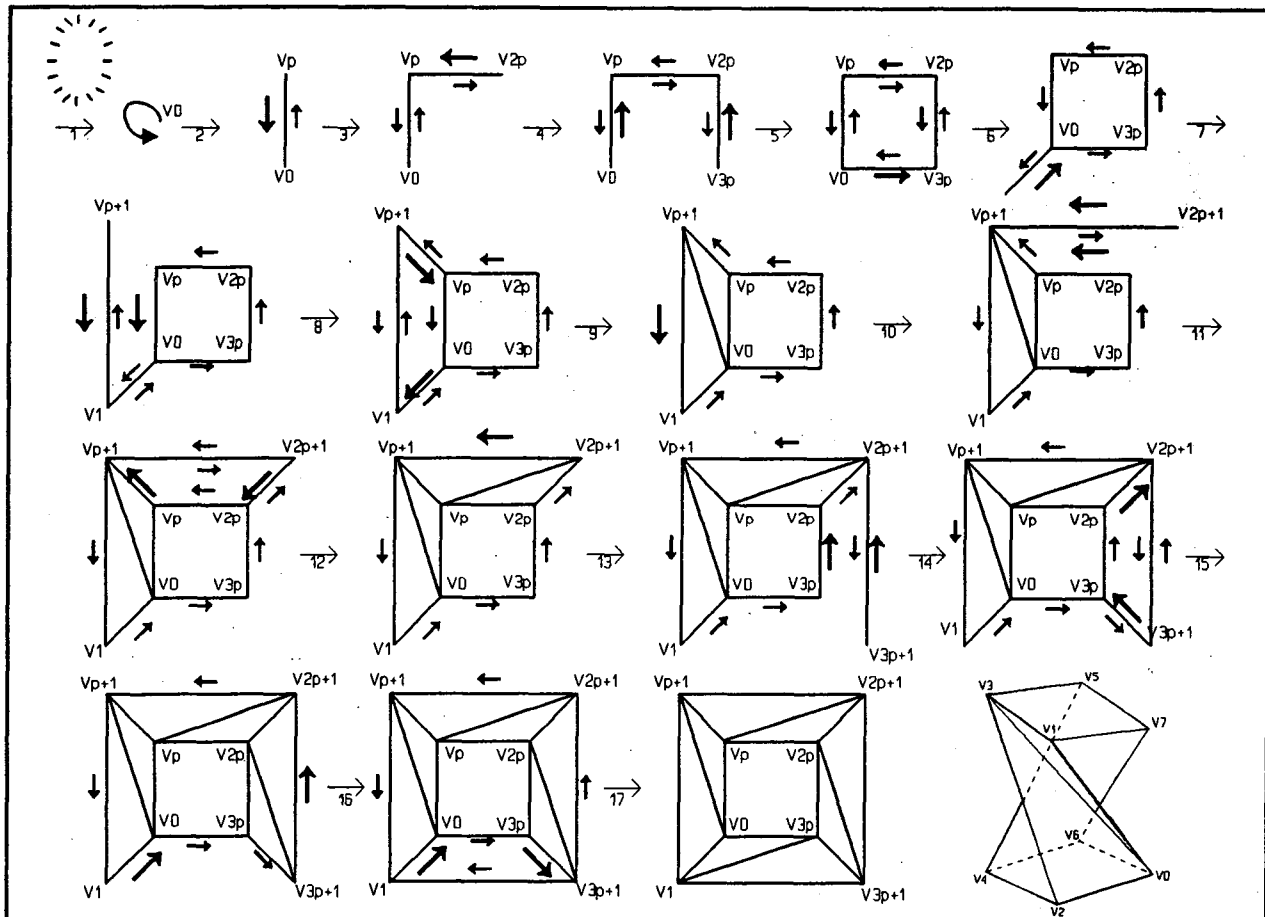


Figura 5.3 - Sequência de operações aplicadas na geração de sólidos por varredura translacional com torção

01 :	MVFSHs	(blocotorcido, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0.00, 0.00, 0.00)
02 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0.00, 4.00, 0.00)
03 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 4, 4.00, 4.00, 0.00)
04 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 4, 2, 2, 6, 4.00, 0.00, 0.00)
05 :	MEF	(0, 0, 0, 6, 4, 0, 2, 1, 1, 0)
06 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 6, 6, 1, 2.00, -0.82, 5.00)
07 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 3, -0.82, 2.00, 5.00)
08 :	MEF	(0, 0, 0, 3, 1, 2, 0, 2, 1, 0)
09 :	MEF	(0, 0, 2, 0, 1, 3, 2, 3, 1, 0)
10 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 3, 1, 1, 5, 2.00, 4.82, 5.00)
11 :	MEF	(0, 0, 0, 5, 3, 4, 2, 4, 1, 0)
12 :	MEF	(0, 0, 4, 2, 3, 5, 4, 5, 1, 0)
13 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 5, 3, 3, 7, 4.82, 2.00, 5.00)
14 :	MEF	(0, 0, 0, 7, 5, 6, 4, 6, 1, 0)
15 :	MEF	(0, 0, 6, 4, 5, 7, 6, 7, 1, 0)
16 :	MEF	(0, 0, 0, 7, 5, 1, 0, 8, 1, 0)
17 :	MEF	(0, 0, 8, 6, 7, 1, 0, 9, 1, 0)

Caixa 3 - Operações de Euler aplicadas na geração de um sólido por varredura translacional com torção

5.4 - Caso 4: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Rotacional de Polígono Aberto

Na varredura rotacional de um polígono aberto, o eixo de rotação é definido pela reta que une o vértice inicial ao vértice final do polígono gerador. É necessário que todo o polígono esteja definido em um único lado deste eixo para que o sólido gerado seja de variedade simples. A cada passo ocorre um incremento angular, definindo uma porção do sólido resultante, denominada *setor*. De cada aresta do polígono gerador resulta uma face no setor, sendo as geradas pelos pontos extremos triangulares e as demais retangulares.

Ao construir o sólido, os vértices extremos do polígono gerador são unidos por uma aresta, definindo uma face. A cada passo, as faces laterais são criadas. Ao final da varredura podem ocorrer duas situações:

(A) Caso a rotação seja menor que 360 graus, a face final estará automaticamente criada e deverá ser mantida juntamente com a face inicial (figura 5.4 até a operação 26).

(B) Caso a rotação seja completa e igual a 360 graus, a face inicial e final deverão ser destruídas, dando lugar às faces laterais que unem as arestas do primeiro e do último passo (figura 5.4 completa).

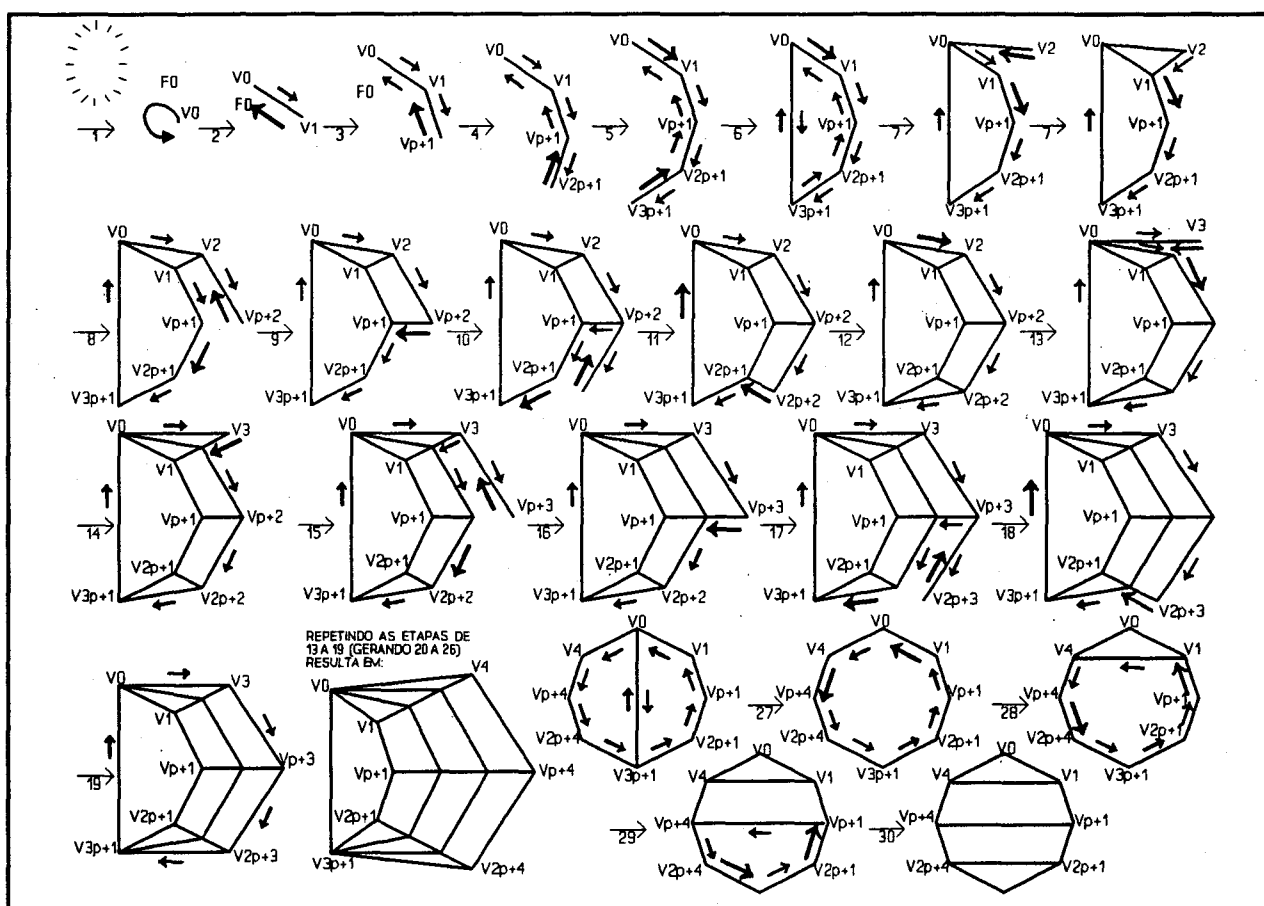


Figura 5.4 - Sequência de operações aplicadas para gerar sólidos por varredura rotacional de polígono aberto

01 : MVFShS	(esfera, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0.00, -4.00, 0.00)
02 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, -2.82, -2.82, 0.00)
03 : MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 5, -4.00, 0.00, 0.00)
04 : MEV	(0, 0, 0, 0, 5, 1, 1, 9, -2.82, 2.82, 0.00)
05 : MEV	(0, 0, 0, 0, 9, 5, 5, 13, 0.00, 4.00, 0.00)
06 : MEF	(0, 0, 0, 0, 1, 13, 9, 1, 1, 1)
07 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 0.00, -2.82, -2.82)
08 : MEF	(0, 0, 0, 1, 5, 2, 0, 2, 1, 1)
09 : MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 6, 0.00, 0.00, -4.00)
10 : MEF	(0, 0, 0, 5, 9, 6, 2, 3, 1, 1)
11 : MEV	(0, 0, 0, 0, 6, 5, 5, 10, 0.00, 2.82, -2.82)
12 : MEF	(0, 0, 0, 9, 13, 10, 6, 4, 1, 1)
13 : MEF	(0, 0, 0, 13, 0, 10, 9, 5, 1, 1)
14 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 2, 2, 3, 2.82, -2.82, 0.00)
15 : MEF	(0, 0, 0, 2, 6, 3, 0, 6, 1, 1)
16 : MEV	(0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 7, 4.00, 0.00, 0.00)
17 : MEF	(0, 0, 0, 6, 10, 7, 3, 7, 1, 1)
18 : MEV	(0, 0, 0, 0, 7, 6, 6, 11, 2.82, 2.82, 0.00)
19 : MEF	(0, 0, 0, 10, 13, 11, 7, 8, 1, 1)
20 : MEF	(0, 0, 0, 13, 0, 11, 10, 9, 1, 1)
21 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 4, 0.00, -2.82, 2.82)
22 : MEF	(0, 0, 0, 3, 7, 4, 0, 10, 1, 1)
23 : MEV	(0, 0, 0, 0, 4, 3, 3, 8, 0.00, 0.00, 4.00)
24 : MEF	(0, 0, 0, 7, 11, 8, 4, 11, 1, 1)
25 : MEV	(0, 0, 0, 0, 8, 7, 7, 12, 0.00, 2.82, 2.82)
26 : MEF	(0, 0, 0, 11, 13, 12, 8, 12, 1, 1)
27 : MEF	(0, 0, 0, 13, 0, 12, 11, 13, 1, 1)
28 : KEF	(0, 0, 0, 13, 0)
29 : MEF	(0, 0, 1, 4, 8, 1, 0, 14, 1, 1)
30 : MEF	(0, 0, 1, 8, 12, 5, 1, 15, 1, 1)
31 : MEF	(0, 0, 1, 12, 13, 9, 5, 16, 1, 1)

Caixa 4 - Operações de Euler aplicadas na geração de um sólido por varredura rotacional com polígono aberto

O processo de construção de uma esfera de baixa resolução é ilustrado na figura 5.4, estando a descrição de cada operador utilizado apresentada na caixa 4. Para que a orientação fique correta, é necessário que o polígono seja definido no sentido horário, e que a rotação ocorra no sentido anti-horário. A representação de vértices, semi-arestas, arestas e faces continua sendo a mesma definida no caso 1 (seção 5.1). Apesar da figura 5.4 ilustrar apenas quatro passos (um a cada 90 graus), diversos passos podem ser realizados, melhorando a precisão da varredura sofrida pelo sólido. Porém, da mesma forma que no caso 3, a estrutura de dados gerada para o sólido aumenta significativamente, devido ao aumento do número de vértices, arestas, semi-arestas e faces. A sequência de numeração dos vértices também difere dos casos anteriores.

5.5 - Caso 5: Geração de sólidos B-Rep por Varredura Rotacional de Polígono Fechado

Na varredura rotacional de um polígono fechado, o eixo de rotação deve ser coplanar e externo ao polígono gerador. A cada passo ocorre um incremento angular, definindo uma porção do sólido resultante. Como o polígono gerador é fechado, o número de arestas é igual ao de vértices.

Ao iniciar a construção do sólido, o polígono gerador é criado. A cada passo, faces laterais retangulares vão sendo definidas. Ao final da varredura podem ocorrer duas situações, ilustradas na figura 5.5:

(A) Caso a rotação seja menor que 360 graus, a face final estará automaticamente criada e deverá ser mantida juntamente com a face inicial (figura 5.5 até a operação 29).

(B) Caso a rotação seja completa e igual a 360 graus, a face inicial e final deverão ser destruídas, dando lugar às faces laterais que unem as arestas do primeiro e do último passo (figura 5.5. completa).

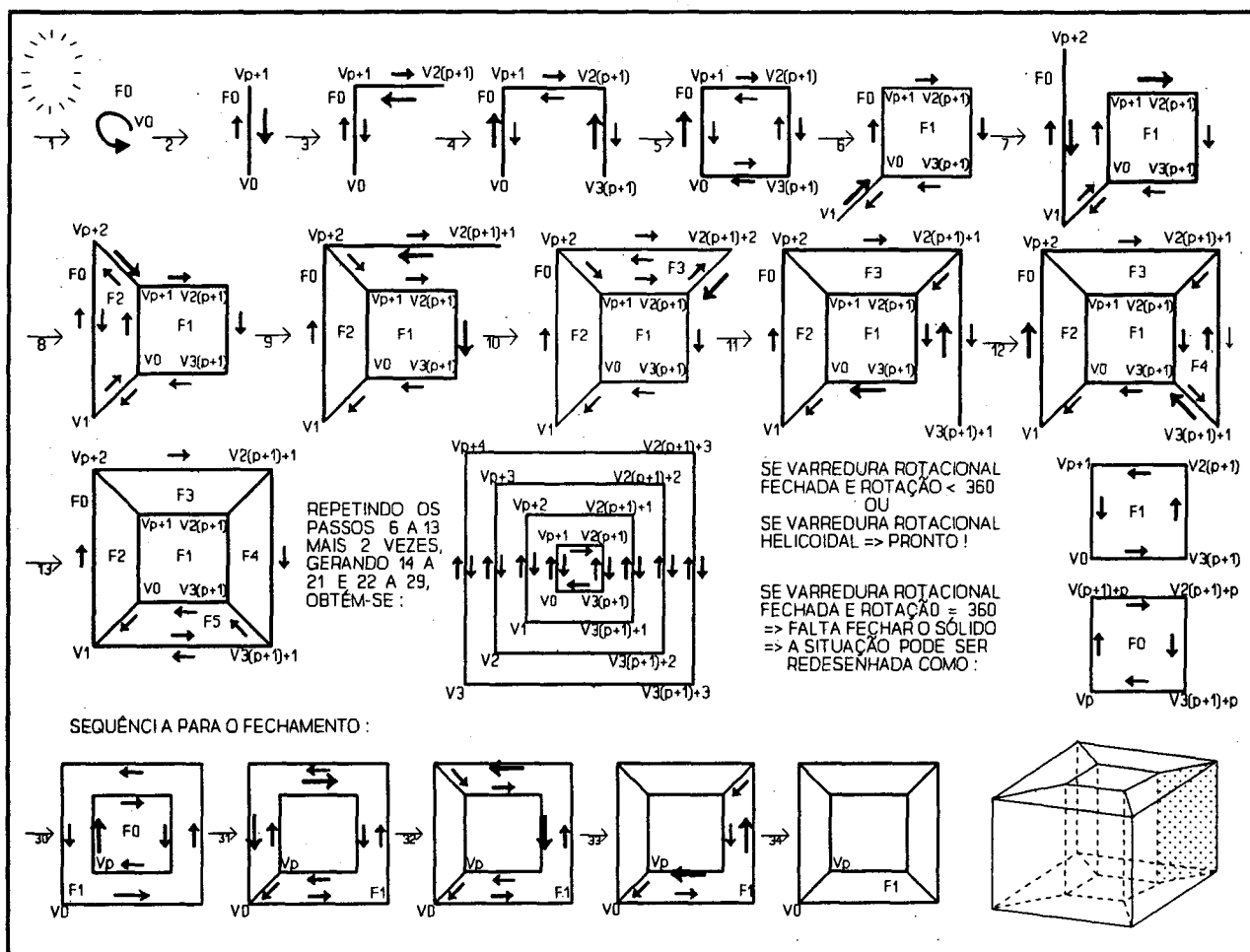


Figura 5.5 - Sequência de operações aplicadas para gerar sólidos por varredura rotacional de polígono fechado

Outra variação da varredura rotacional de polígono fechado é a varredura rotacional helicoidal, que combina a varredura rotacional com a translação. Topologicamente falando, a varredura rotacional helicoidal é idêntica à varredura rotacional de polígono fechado quando as faces inicial e final são mantidas. O que difere é a geometria existente, devido à translação sofrida na varredura helicoidal.

O processo de construção de um toro de baixa resolução é ilustrado na figura 5.5, estando a descrição dos operadores utilizados apresentada na caixa 5. Valem aqui as mesmas considerações apresentadas no caso anterior quando a orientação do polígono gerador, sentido da rotação e melhoria da resolução com o aumento do número de passos. A sequência de numeração dos vértices também difere dos casos anteriores. Ela é acrescida de $p+1$ a cada vértice da base, e de $+1$ entre vértices correspondentes a cada passo. No exemplo ilustrado, p possui valor 3 (desconta-se o passo inicial).

01 :	MVFSHS	(toro, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 2.00, 0.00, 0.00)
02 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 2.00, 4.00, 0.00)
03 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 8, 6.00, 4.00, 0.00)
04 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 8, 4, 4, 12, 6.00, 0.00, 0.00)
05 :	MEF	(0, 0, 0, 0, 4, 12, 8, 1, 1, 1)
06 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 4, 4, 1, 0.00, 0.00, -2.00)
07 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 5, 0.00, 4.00, -2.00)
08 :	MEF	(0, 0, 0, 4, 8, 5, 1, 2, 1, 1)
09 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 5, 4, 4, 9, 0.00, 4.00, -6.00)
10 :	MEF	(0, 0, 0, 8, 12, 9, 5, 3, 1, 1)
11 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 9, 8, 8, 13, 0.00, 0.00, -6.00)
12 :	MEF	(0, 0, 0, 12, 0, 13, 9, 4, 1, 1)
13 :	MEF	(0, 0, 0, 1, 5, 13, 12, 5, 1, 1)
14 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 5, 5, 2, -2.00, 0.00, 0.00)
15 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 6, -2.00, 4.00, 0.00)
16 :	MEF	(0, 0, 0, 5, 9, 6, 2, 6, 1, 1)
17 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 6, 5, 5, 10, -6.00, 4.00, 0.00)
18 :	MEF	(0, 0, 0, 9, 13, 10, 6, 7, 1, 1)
19 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 10, 9, 9, 14, -6.00, 0.00, 0.00)
20 :	MEF	(0, 0, 0, 13, 1, 14, 10, 8, 1, 1)
21 :	MEF	(0, 0, 0, 2, 6, 14, 13, 9, 1, 1)
22 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 6, 6, 3, 0.00, 0.00, 2.00)
23 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 3, 2, 2, 7, 0.00, 4.00, 2.00)
24 :	MEF	(0, 0, 0, 6, 10, 7, 3, 10, 1, 1)
25 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 7, 6, 6, 11, 0.00, 4.00, 6.00)
26 :	MEF	(0, 0, 0, 10, 14, 11, 7, 11, 1, 1)
27 :	MEV	(0, 0, 0, 0, 11, 10, 10, 15, 0.00, 0.00, 6.00)
28 :	MEF	(0, 0, 0, 14, 2, 15, 11, 12, 1, 1)
29 :	MEF	(0, 0, 0, 3, 7, 15, 14, 13, 1, 1)
30 :	KFMRH	(0, 1, 0)
31 :	MEKR	(0, 0, 1, 0, 12, 3, 7)
32 :	MEF	(0, 0, 1, 7, 11, 4, 0, 14, 1, 1)
33 :	MEF	(0, 0, 1, 11, 15, 8, 4, 15, 1, 1)
34 :	MEF	(0, 0, 1, 15, 3, 12, 8, 16, 1, 1)

5.6 - Caso 6: Geração de sólidos B-Rep com vazamentos

Vazamentos podem ser criados sobre sólidos B-Rep já definidos. Para tal é necessário criar um anel com o polígono gerador do vazamento na face correspondente e construir as faces laterais internas sobre este anel, gerando uma cavidade que atinge o lado oposto do sólido e constrói automaticamente uma face interna contraposta ao anel inicial, encostada na face oposta àquela onde iniciou-se o processo. A seguir, deve-se aplicar o operador KFMRH para destruir esta face interna criada e fazer da mesma um anel da face inicial (que contém o polígono gerador), construindo o buraco.

A figura 5.6 ilustra este processo, partindo de um bloco já construído, e a caixa 6 descreve as operações utilizadas. É importante observar a orientação do sólido, para que se possa gerar corretamente o vazamento.

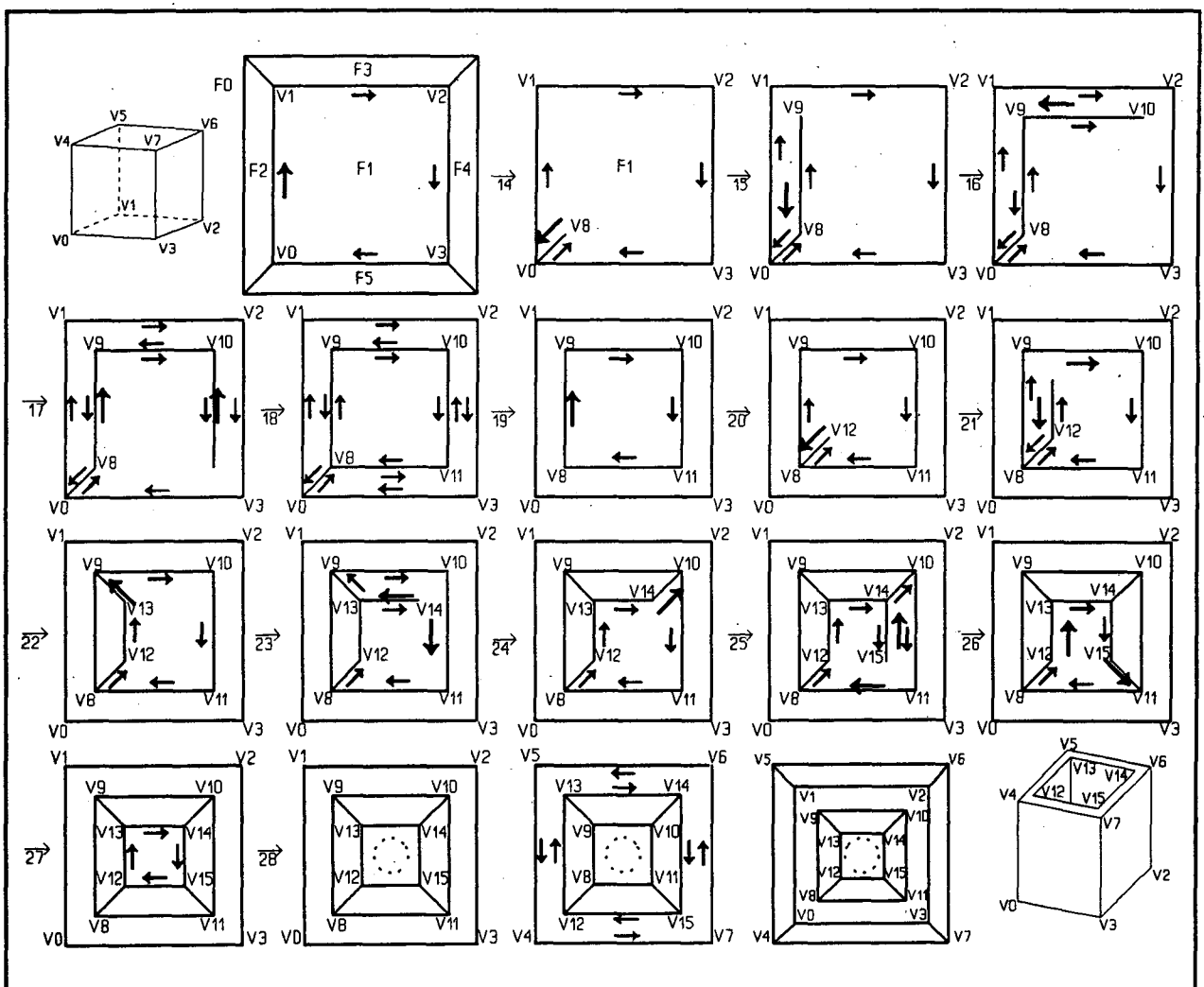


Figura 5.6 - Sequência de operações aplicadas na geração de sólidos com vazamento

01 : MVFSHS	(blocov, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0.00, 0.00, 0.00)
02 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0.00, 4.00, 0.00)
03 : MEV	(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 4.00, 4.00, 0.00)
04 : MEV	(0, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 3, 4.00, 0.00, 0.00)
05 : MEF	(0, 0, 0, 3, 2, 0, 1, 1, 1, 0)
06 : MEV	(0, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 4, 0.00, 0.00, 5.00)
07 : MEV	(0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 5, 0.00, 4.00, 5.00)
08 : MEF	(0, 0, 0, 5, 4, 1, 0, 2, 1, 0)
09 : MEV	(0, 0, 0, 0, 5, 4, 4, 6, 4.00, 4.00, 5.00)
10 : MEF	(0, 0, 0, 6, 5, 2, 1, 3, 1, 0)
11 : MEV	(0, 0, 0, 0, 6, 5, 5, 7, 4.00, 0.00, 5.00)
12 : MEF	(0, 0, 0, 7, 6, 3, 2, 4, 1, 0)
13 : MEF	(0, 0, 0, 7, 6, 4, 0, 5, 1, 0)
14 : MEV	(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 8, 1.00, 1.00, 0.00)
15 : MEV	(0, 0, 1, 1, 8, 0, 0, 9, 1.00, 3.00, 0.00)
16 : MEV	(0, 0, 1, 1, 9, 8, 8, 10, 3.00, 3.00, 0.00)
17 : MEV	(0, 0, 1, 1, 10, 9, 9, 11, 3.00, 1.00, 0.00)
18 : MEF	(0, 0, 1, 11, 10, 8, 9, 6, 1, 0)
19 : KEMR	(0, 0, 1, 0, 8)
20 : MEV	(0, 0, 6, 6, 8, 9, 9, 12, 1.00, 1.00, 5.00)
21 : MEV	(0, 0, 6, 6, 12, 8, 8, 13, 1.00, 3.00, 5.00)
22 : MEF	(0, 0, 6, 9, 10, 13, 12, 7, 1, 0)
23 : MEV	(0, 0, 6, 6, 13, 9, 9, 14, 3.00, 3.00, 5.00)
24 : MEF	(0, 0, 6, 10, 11, 14, 13, 8, 1, 0)
25 : MEV	(0, 0, 6, 6, 14, 10, 10, 15, 3.00, 1.00, 5.00)
26 : MEF	(0, 0, 6, 11, 8, 15, 14, 9, 1, 0)
27 : MEF	(0, 0, 6, 15, 11, 12, 13, 10, 1, 0)
28 : KFMRH	(0, 0, 10)

Caixa 6 - Operações de Euler aplicadas na geração de um sólido com vazamento

5.7 - Caso 7: Geração de sólidos B-Rep ocos

A noção de sólido oco está intimamente relacionada à orientação das faces. Gerar uma região oca em um sólido já definido corresponde a gerar um outro sólido que ocupe o espaço oco, porém com orientação invertida, de forma que a normal a cada uma de suas faces, ao invés de apontar para fora do sólido, aponte para dentro. Esta mudança de orientação pode ser obtida invertendo a sequência dos vértices que compõem o gerador antes da definição do sólido ou mantendo a sequência e gerando os operadores de Euler no sentido oposto. Após sua construção, os dois sólidos devem ser unidos através do operador MShKS.

A figura 5.7 a seguir ilustra a geração de um bloco com orientação invertida (interno) e a união do mesmo com um bloco externo, gerado utilizando a sequência apresentada no caso 1 (seção 5.1). A caixa 7 relaciona as operações aplicadas. Note que o processo inicia no número 14, pois as 13 primeiras operações correspondem à construção do bloco externo, descrita no caso 1.

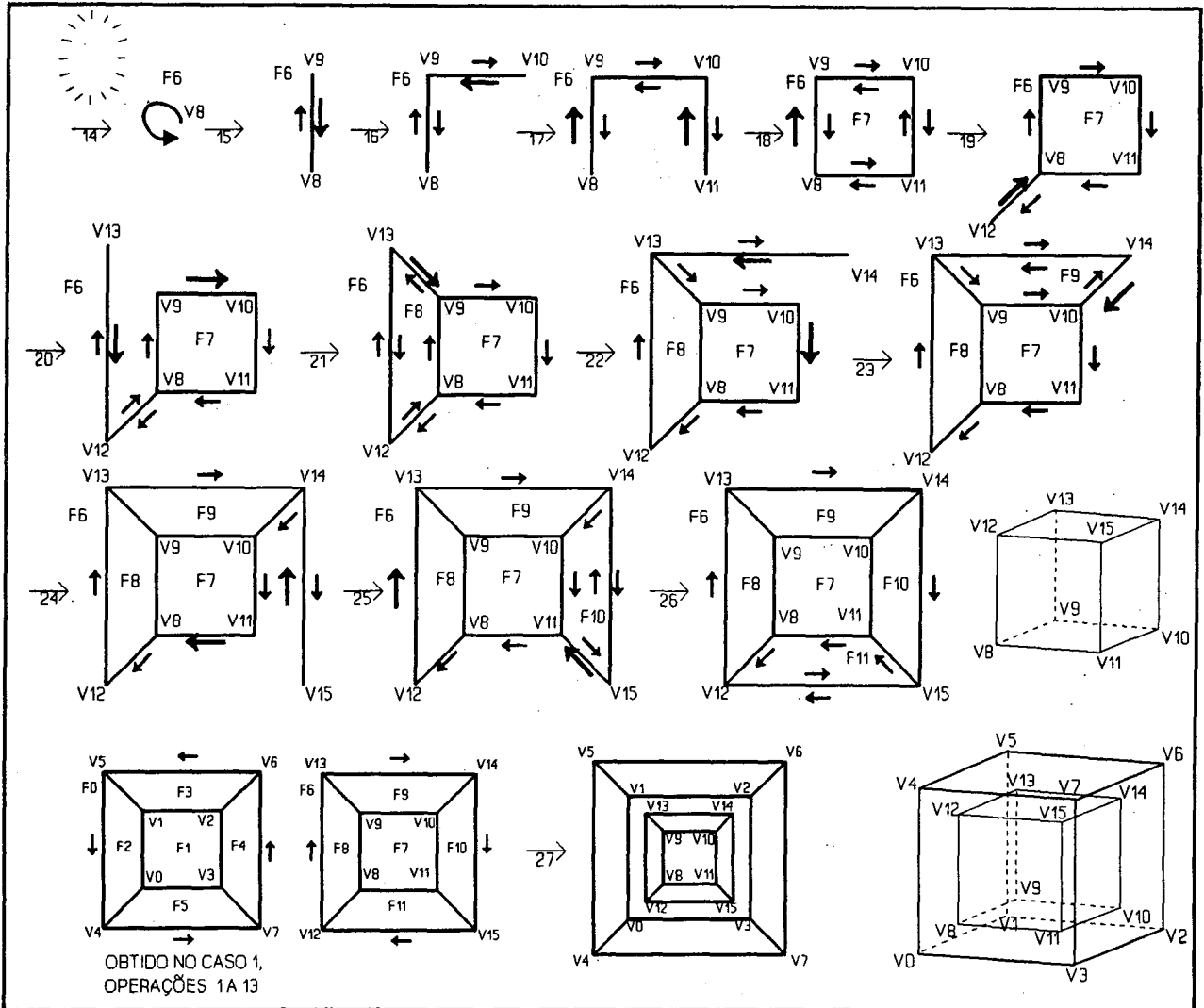


Figura 5.7 - Sequência de operações aplicadas na geração de sólidos ocos

14 :	MVFSHs	(blocointerno, 1, 1, 1, 1, 0, 6, 8, 1.00, 1.00, 1.00)
15 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 8, 8, 8, 9, 1.00, 3.00, 1.00)
16 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 9, 8, 8, 10, 3.00, 3.00, 1.00)
17 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 10, 9, 9, 11, 3.00, 1.00, 1.00)
18 :	MEF	(1, 1, 6, 8, 9, 11, 10, 7, 1, 0)
19 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 8, 9, 9, 12, 1.00, 1.00, 4.00)
20 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 12, 8, 8, 13, 1.00, 3.00, 4.00)
21 :	MEF	(1, 1, 6, 9, 10, 13, 12, 8, 1, 0)
22 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 13, 9, 9, 14, 3.00, 3.00, 4.00)
23 :	MEF	(1, 1, 6, 10, 11, 14, 13, 9, 1, 0)
24 :	MEV	(1, 1, 6, 6, 14, 10, 10, 15, 3.00, 1.00, 4.00)
25 :	MEF	(1, 1, 6, 11, 8, 15, 14, 10, 1, 0)
26 :	MEF	(1, 1, 6, 12, 13, 15, 11, 11, 1, 0)
27 :	MShKS	(0, 1)

6 - CONCLUSÃO

Esta nota técnica foi desenvolvida como parte integrante do projeto que visa a construção de um modelador de sólidos híbrido, tendo o (SM)² como ponto de partida. A principal motivação para a preparação deste texto é fornecer um relato das experiências práticas adquiridas no desenvolvimento de um sistema de modelagem B-Rep, criando uma base para futuros trabalhos e estudos nesta área, no ICMSC-USP. Espera-se, dessa forma, evitar que outros participantes do projeto gastem horas a fio procurando entender o correto funcionamento deste operadores através de seus algoritmos e estruturas de dados cheios de ponteiros.

No contexto do (SM)², o esquema B-Rep constitui a forma de representação principal e permanente. Assim sendo, é fundamental que seus desenvolvedores dominem a manipulação desta forma de representação, utilizando os operadores de Euler. Os estudos de casos apresentados foram implementados no (SM)², e constituem um ponto de partida para a construção de novos tipos de objetos a serem incorporados ao modelador.

Deve-se ter em mente que os operadores de Euler garantem apenas a consistência topológica. A topologia sozinha representa um objeto deformável ou de borracha, que só fica rígido quando a geometria é especificada. Caso o sólido apresente inconsistências geométricas, a sequência de construção apresentada poderá originar sólidos de variedade múltipla ou inconsistentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Ale61] ALEXANDROFF, P. Elementary concepts of topology. New York: Dover, 1961.
- [Bar87] BARTELS, R., BEATTY, J., BARSKY, B. An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling, Morgan-Kaufmann, 1987.
- [Bau75] BAUMGART, B. G. A Polyhedron representation for computer vision. In: NATIONAL COMPUTER CONFERENCE, 44, 1975. Proceedings..., p. 589-596
- [Bra80] BRAID, I. C., HILLYARD, R. C., STROUD, I. A. Stepwise construction of polyhedra in geometric modeling. In: BRODIE, K. W. (ed.) Mathematical methods in computer graphics and design. London: Academic, 1980. p. 123-141.
- [Eas79] EASTMAN, C., WEILER, K. Geometric modeling using the Euler operators. In: ANNUAL CONF. COMPUTER GRAPHICS IN CAD/CAM SYSTEMS, 1, 1979, Cambridge. Proceedings... p. 248-254.
- [Hof89] HOFFMANN, C. M. Geometric and solid modeling. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1989. p. 1-338.
- [Mag94] MAGALHÃES, A. L. C. C. Um modelador de sólidos multirrepresentacional: estudo, projeto e implementação. São Carlos: ICMSC-USP, 1994. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação), Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - USP, 1994.
- [Mag94a] MAGALHÃES, A. L. C. C. (SM)²: documentação de projeto. São Carlos: ICMSC-USP, 1994. (Relatório Interno)
- [Mag94b] MAGALHÃES, A. L. C. C. (SM)²: documentação do implementação. São Carlos: ICMSC-USP, 1994. (Relatório Interno)
- [Män82] MÄNTYLÄ, M., SULONEN, R. GWB: a solid modeler with Euler operators. IEEE computer graphics and applications, Los Alamitos, v. 2, n. 7, p. 17-31, sept. 1982.
- [Män84] MÄNTYLÄ, M. A note on the modeling space of Euler operators. Computer vision, graphics and image processing, San Diego, v. 26, p. 45-60, 1984.
- [Män88] MÄNTYLÄ, M. An introduction to solid modeling. Maryland: Computer Science, 1988. 401 p.
- [Mor85] MORTENSON, M. E. Geometric modeling. New York: John Wiley, 1985. 763 p.
- [Req77] REQUICHA, A. G., VOELCKER, H. B. Constructive solid geometry. Rochester: University of Rochester, 1977. (Production Automation Project -Tech. Memo., 25)
- [Req80] REQUICHA, A. G. Representations for rigid solids: theory, methods and systems. ACM computing surveys, New York, v. 12, n. 4, p. 437-464, dec. 1980.
- [Req83] REQUICHA, A. G., VOELCKER, H. B. Solid modeling: current status and research directions. IEEE computer graphics and applications, Los Alamitos, v. 3, p. 25-37, oct. 1983.
- [Tsu92] TSUZUKI, M. S. G. MSD - Modelador de sólidos didático. In: SIBGRAPI - SIMPÓSIO BRASILEIRO DE COMPUTAÇÃO GRÁFICA E PROCESSAMENTO DE IMAGENS, 5, 1992, Águas de Lindóia. Comunicações... p. 17-20.

NOTAS DO ICMSC

SÉRIE COMPUTAÇÃO

- 015/94 ODA, C.S.; MOREIRA, E.S. - ASNMP graphical network monitor with automatic topology discovery.
- 014/94 FELIPE, L.S.G.; FRANCO, N.M.B. - Sobre a ordem de convergência para as equações integrais de volterra de segunda espécie tipo Abel com soluções não suaves.
- 013/94 PIMENTEL, M.G.C. - A framework for user-hypertext interaction.
- 012/94 TURINE, M.A.S.; MENDES, M.D.C.; NUNES, M.G.V. - TEGRAM: a geometry tutoring system based on Tangram.
- 011/94 SPOLON, R.; SPOLON, R.; SANTANA, M.J.; SANTANA, R.H.C. - Desenvolvimento de um gerador de aplicação para simulação de sistemas discretos.
- 010/94 SAWAKI, J.; MONARD, M.C.; RODRIGUES, S.R. SABNAG: - um sistema baseado em conhecimento para suporte aos usuários da biblioteca NAG.
- 009/94 NICOLETTI, M.C.; MONARD, M.C. - Learning restricted Horn clauses: some considerations on the ij-determination concept.
- 008/94 TOME, M.F.; DUFFY, B. GENSMAC: - a numerical method for solving unsteady non-newtonian free surface flows.
- 007/94 TOME, M.F.; MCKEE, S. - Numerical simulation of viscous fluid: buckling of planar jets.
- 006/94 MASIERO, P.C.; OLIVEIRA, M.C.F.; GERMANO, F.S.R.; PIERRI, G. - Authoring and searching in dynamically growing hypertext data bases.