

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
ISSN 0103-2569

---

**VoS: Uma Nova Proposta de Rendering Volumétrico Híbrido**

**Patricia Shirley Herrera Cateriano  
Luis Gustavo Nonato**

**Nº 200**

---

RELATÓRIOS TÉCNICOS



São Carlos – SP  
Jul./2003

SYSNO	1319370
DATA	/ /
ICMC - SBAB	

# VoS: Uma Nova Proposta de Rendering Volumétrico Híbrido

PATRICIA SHIRLEY HERRERA CATERIANO E LUIS GUSTAVO NONATO

ICMC/USP–Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Departamento de Computação e Estatística  
Caixa Postal 668, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil  
{patricia, gnonato}@icmc.usp.br

**Resumo.** Esse trabalho de mestrado propõe um novo método de rendering volumétrico híbrido. Essa nova proposta, chamada VoS, mapeia a informação contida no interior do modelo sobre a superfície de bordo, possibilitando um rendering de superfície sem a perda da informação volumétrica, fato ainda não descrito na literatura. Além disso, a técnica pode ser aplicada em decomposições celulares não estruturadas, como malhas tetraedrais por exemplo. Um levantamento sobre as principais técnicas de rendering híbrido descritas na literatura, juntamente com uma proposta de classificação para tais técnicas, também fazem parte desse trabalho.

## 1 Introdução

Visualização volumétrica, um dos ramos da visualização científica, tem sofrido um grande desenvolvimento nos últimos anos. Essa rápida evolução é motivada principalmente pelas importantes aplicações que envolvem dados volumétricos, como a compreensão de estruturas biológicas e a análise de simulações numéricas, como em mecânica dos fluidos por exemplo. Em alguns setores, como na medicina, o avanço das técnicas de visualização volumétrica tem propiciado o aparecimento de tecnologias como o ultra-som 3D e as cirurgias guiadas por computador, cujos benefícios para a vida humana são indiscutíveis.

Apesar de todo aprimoramento já obtido pelas técnicas de visualização volumétrica, muito ainda resta para ser feito. Um exemplo disso é a visualização de objetos volumétricos representados por malhas não estruturadas, onde as particularidades desse tipo de representação têm inviabilizado a utilização imediata dos recursos de hardware e software desenvolvidos até o momento.

A maioria das propostas apresentadas para a visualização de objetos volumétricos não estruturados, ou abrem mão da informação volumétrica, manipulando apenas superfícies contidas no volume de dados [2], ou utilizam um esquema de pré-ordenação de células a fim de realizar a visualização do volume [3]. É importante salientar que essas duas abordagens possuem desvantagens bastante fortes, pois a ausência da informação volumétrica pode prejudicar a análise de estruturas internas e a pré-ordenação das células, quando possível de ser feita [23], pode exigir um grande esforço computacional, inviabilizando a interação em tempo real com os objetos de interesse.

Nesse trabalho de mestrado, desenvolvemos uma nova técnica de visualização volumétrica, chamada VoS (Volume on Surface), que explora as vantagens do uso de superfícies em conjunto com a informação volumétrica con-

tida no modelo. Essa nova abordagem, que é apropriada para volumes decompostos de forma não estruturada, faz uso de um pré-processamento que transfere as informações volumétricas para a superfície de bordo do objeto. Esse mapeamento torna possível a análise de estruturas internas com um rendering de superfície convencional.

Desse modo, nossa proposta se distingue de outras descritas na literatura em dois aspectos principais: ela permite o uso de rendering de superfície sem a perda da informação volumétrica e evita o problema da pré-ordenação de células. Uma das vantagens de realizar a visualização por meio de superfícies é a disponibilidade do uso de hardware, pois quase todas as placas gráficas disponíveis no mercado suportam esse tipo de rendering. Esse fato, mais a ausência da pré-ordenação das células, possibilita uma interatividade em tempo real com os objetos de interesse.

Usualmente, técnicas que misturam diferentes tipos de processamento em uma mesma estratégia de visualização volumétrica, como é o caso desse trabalho, são chamadas de *técnicas volumétricas híbridas* ou *rendering volumétrico híbrido*. Como até o momento não existe uma padronização para o emprego do termo “rendering híbrido”, muitos autores têm utilizado tal expressão sem se preocupar com a definição precisa do que é uma técnica híbrida, gerando uma certa confusão. A fim de contextualizarmos de forma mais rigorosa a técnica VoS, apresentamos um levantamento e uma proposta de classificação para os principais métodos de rendering híbrido. Essa proposta é mais uma contribuição desse trabalho, pois até onde temos conhecimento, esse tipo de levantamento ainda não tem sido descrito na literatura.

Esse trabalho está organizado da seguinte forma: a seção 2 introduz um levantamento e a proposta de classificação para as técnicas de rendering volumétrico híbrido. A seção 3 apresenta a técnica VoS proposta nesse trabal-

ho. Resultados e conclusões são apresentados nas seções 4 e 5 respectivamente.

## 2 Contextualização do Rendering Híbrido

As técnicas de visualização volumétrica podem ser agrupadas em quatro categorias: rendering de superfície, rendering volumétrico direto, rendering por transformação de domínio e rendering híbrido.

O rendering de superfície é caracterizado pela utilização de entidades geométricas bidimensionais no processo de visualização. Essa categoria de métodos é constituída basicamente pelas técnicas de extração de iso-superfícies [14, 2] e conexão de contornos [17]. A interatividade em tempo real com os objetos visualizados e a oferta de hardware são os fatores positivos dessa categoria de métodos. A maior desvantagem dessa abordagem está na perda da informação volumétrica, que pode inviabilizar seu uso em muitas aplicações.

Ao contrário do rendering de superfície, o rendering volumétrico direto não emprega qualquer tipo de entidade geométrica no processo de visualização, caracterizando-se por atuar diretamente no volume de dados. Fazem parte dessa categoria, as técnicas baseadas em *ray-casting* [24], que têm sido empregadas tanto na visualização de domínios regulares [9] quanto em malhas não estruturadas [19]. Também estão incluídos nessa categoria, os métodos de “arremesso” de elementos de volume, como o Splatting [22], e o rendering volumétrico por mapeamento de textura [4]. A alta qualidade das imagens produzidas, a facilidade de paralelização e a disponibilidade de hardware dedicado (no caso de domínios regulares), são algumas das vantagens desse tipo de estratégia. Dentre os principais problemas das técnicas de rendering volumétrico direto estão: a ineficiência com relação a interação com os modelos e o alto custo computacional, principalmente quando empregadas em malhas não estruturadas.

As técnicas de rendering por transformação de domínio buscam transformar o domínio dos dados volumétricos, geralmente definidos em um espaço cartesiano, a fim de acelerar o processo de projeção e visualização. Técnicas baseadas no teorema da projeção de Fourier [12, 20], são exemplos típicos desse tipo de método. A principal vantagem dessa abordagem é a redução do tempo computacional envolvido nas projeções dos dados, mas, o custo das interpolações, a memória exigida e a falta da informação de profundidade, são fatores desfavoráveis dessa estratégia de rendering.

Como mencionado anteriormente, a literatura não apresenta uma caracterização precisa das técnicas de rendering híbrido. Propomos então caracterizar o rendering híbrido como o conjunto de métodos que empregam, em um único processo de visualização, técnicas provenientes

de pelo menos duas das três categorias descritas acima. A partir dessa definição, podemos dividir as técnicas híbridas em três grupos:

1. Superfície-Volume
2. Domínio-Volume
3. Superfície-Domínio-Volume

As técnicas híbridas Superfície-Volume, em geral, misturam rendering de superfície com o rendering volumétrico direto. Exemplos típicos desse tipo de hibridização é a mistura do ray-casting com o rendering de superfície [10] ou do splatting com o rendering de superfície [21]. As técnicas híbridas Superfície-Volume têm sido bastante empregadas em aplicações onde superfícies devem ser visualizadas em conjunto com dados volumétricos. Exemplos desse tipo de aplicação são os ambientes virtuais para planejamento cirúrgico, onde o rendering de superfície é utilizado na visualização dos instrumentos cirúrgicos e o rendering volumétrico direto é empregado na modelagem e visualização dos pacientes [6].

Um algoritmo bastante conhecido que pode ser classificado como uma técnica híbrida Domínio-Volume é o Shear-Warp [7]. Essa técnica aplica uma transformação no domínio dos dados volumétricos (shear) seguida de uma projeção semelhante às utilizadas pelas técnicas de rendering volumétrico direto. A imagem final é formada após uma transformação (warp) no domínio da imagem. Outras estratégias do tipo Domínio-Volume empregam transformadas wavelets em conjunto com ray-casting, splatting ou mapeamento de textura [5, 13], o que permite uma visualização em multi-resolução.

Algumas técnicas híbridas empregam, simultaneamente, estratégias oriundas do rendering de superfície, rendering volumétrico direto e do rendering por transformação do volume. Um exemplo desse tipo de abordagem é o trabalho de Zakaria [25], que utiliza o Shear-Warp em conjunto com uma técnica de Z-buffer, viabilizando a visualização de superfícies juntamente com o volume.

Muitos autores empregam o termo “rendering híbrido” em contextos diferentes dos mencionados acima. Samanta e outros [18] por exemplo, empregam o termo rendering híbrido na descrição de uma técnica que particiona tanto o domínio dos dados volumétricos, quanto o domínio da imagem, visando melhorar o balanceamento de carga entre os processadores de uma arquitetura de memória distribuída.

Confusão maior aparece quando o termo rendering híbrido é utilizado para descrever métodos de otimização para técnicas de rendering tradicionais. Exemplo disso acontece com as técnicas de Levoy e Whitaker [11] e de Laur e Hanrahan [8], consideradas por muitos autores como híbridas, embora façam uso apenas de caminhamentos otimizados e estruturas hierárquicas que aumentam a eficiência dos algoritmos de rendering.

Uma descrição mais detalhada da proposta de classificação de técnicas híbridas apresentada nesse texto, juntamente com uma ampla revisão bibliográfica do assunto, pode ser encontrada em [1].

A seguir, apresentamos a técnica VoS de rendering híbrido que, como será visto mais adiante, se enquadra no grupo das técnicas híbridas do tipo Superfície-Volume.

### 3 A técnica VoS

Embora possa ser classificada como uma técnica híbrida Superfície-Volume, a técnica VoS não possui os mesmos objetivos que a maioria dos métodos desse grupo, isto é, ela não visa possibilitar o rendering volumétrico direto e de superfície em um mesmo ambiente. O objetivo da técnica VoS é permitir a visualização de informações volumétricas em tempo real, com malhas não estruturadas e fazendo uso de hardware comum. Para atingir esse objetivo, VoS utiliza metodologias inerentes do rendering volumétrico e do rendering de superfície, daí a classificação como Superfície-Volume.

Empregando ferramentas típicas do rendering volumétrico direto, VoS procura mapear informações contidas no interior do volume sobre a superfície de bordo desse volume. Esse mapeamento permite que informações volumétricas sejam visualizadas por meio de um rendering de superfície aplicado no bordo do volume de interesse.

Podemos dividir a técnica VoS em duas etapas principais de processamento:

- Pré-visualização
- Rendering de Superfície

Os detalhes de cada uma dessas etapas serão discutidos a seguir.

#### 3.1 Pré-visualização

Seja  $f$  uma face de bordo de um objeto volumétrico  $S$  e  $P$  o plano que contém  $f$ , como mostrado na figura 1.

A face  $f$  pode ser observada de qualquer ponto no espaço que esteja do lado oposto de  $S$  com relação à  $P$ , como ilustra a figura 1a). Se  $S$  é um objeto transparente, parte do seu interior pode ser visto através de  $f$ . É evidente que a região do volume vista através de  $f$  depende diretamente da posição do observador, ou seja,  $f$  muda de coloração de acordo com a direção em que está sendo observada.

Se pudéssemos calcular e armazenar as colorações de  $f$  para todas as possíveis direções de observação, a cada alteração na posição do observador, poderíamos identificar, dentre as colorações armazenadas, qual corresponde a nova direção de observação. Assim, a cor de  $f$  estaria sempre de acordo com o volume observado.

Essa é a idéia na qual a técnica VoS está baseada, ou seja, para cada face  $f$  no bordo do objeto volumétrico,

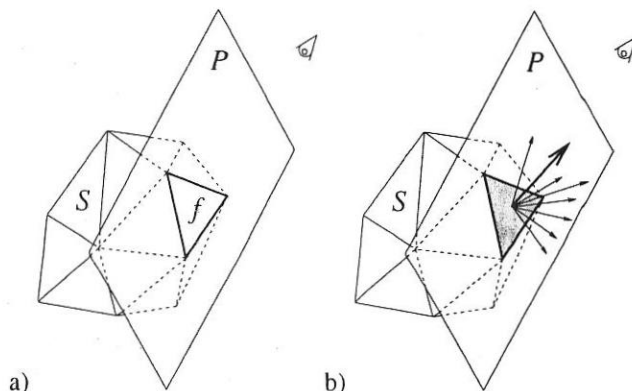


Figura 1: a) Região de observação da face  $f$ ; b) amostragem das direções de observação e coloração da face  $f$ .

calcula-se as colorações de  $f$  de acordo com as diferentes direções de observação dessa face. Uma vez que não é possível calcular e armazenar as colorações para todas as possíveis direções de observação, a técnica VoS realiza uma amostragem dessas direções. As colorações calculadas para as direções amostradas são então armazenadas e posteriormente utilizadas na etapa de rendering de superfície.

Durante o rendering de superfície, cada mudança na posição do observador implica em uma alteração nas cores das faces de bordo. A escolha da cor apropriada é feita com base na direção amostrada que mais aproxima a linha de visão do observador, como mostra a figura 1b).

A seguir, apresentamos os detalhes de como a técnica VoS amostra as direções de observação e como é calculada a coloração associada à cada uma dessas direções.

#### 3.1.1 Amostragem das Direções de Observação

A fim de organizar a amostragem das direções de observação para cada face  $f$ , a técnica VoS emprega um conjunto de cones que têm como eixo principal o vetor normal de  $f$ , denotado como  $N_f$  na figura 2. As direções de observação são tomadas como vetores igualmente espaçados sobre os cones, como ilustra a figura 2.

Dois parâmetros  $n_c$  e  $n_d$  regem a construção dos cones e das direções de observação, onde  $n_c$  indica o número de cones que serão empregados na amostragem e  $n_d$  o número de vetores (direções) tomados em cada um dos cones. Por exemplo, uma discretização com  $n_c = 3$  e  $n_d = 4$ , significa que teremos três cones com aberturas de  $22.5^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $67.5^\circ$  com relação a normal da face e quatro direções de observação em cada um desses cones. Uma vez que as direções são tomadas com espaçamento uniforme em cada cone, no caso  $n_d = 4$ , os vetores direção são separados por um ângulo de  $90^\circ$  com relação ao eixo de revolução (normal da face) do cone.

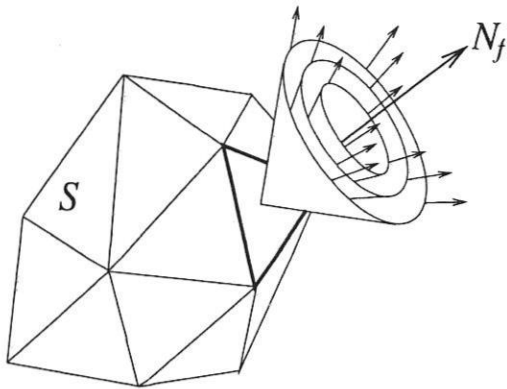


Figura 2: Cones e direções de observação discretizadas.

### 3.1.2 Cálculo das Colorações

O processo de cálculo das colorações associadas as direções de observação é baseado no ray-casting. Os vetores definidos sobre os cones, mais a normal de cada face, constituem o conjunto de raios que serão lançados para o interior do volume. O sentido de lançamento dos raios é o oposto ao dos vetores definidos sobre os cones.

Cada raio lançado deve ser amostrado de acordo com algum critério. Em nossa implementação, utilizamos as interseções dos raios com as faces das células que compõem o volume como os pontos de amostragem para os raios, como ilustrado na figura 3.

O valor dos atributos nos pontos amostrados para cada raio, são obtidos mediante interpolação dos dados armazenados nos vértices das células. Esses atributos podem representar propriedades como cor, iluminação, opacidade e textura, dependendo da aplicação. A coloração final associada a cada raio é obtida compondo, por meio de uma equação óptica [15], os valores amostrados naquele raio. A equação óptica pode levar em consideração os coeficientes de cor, opacidade e iluminação calculados nas amostras do raio.

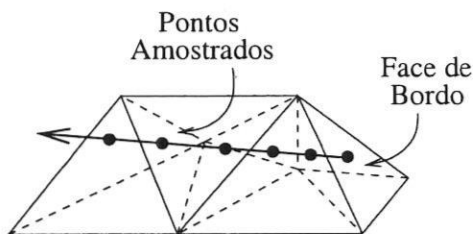


Figura 3: Interseção do raio com as faces das células que constituem o volume.

Finalmente, cada face armazena os valores das colorações associadas aos seus raios. Desse modo, consideran-

do também o lançamento de um raio na direção do vetor normal, o custo de armazenamento em cada face é da ordem de  $n_c n_d + 1$ . Vale notar que, as direções de observação não precisam ser armazenadas, pois os cones e os vetores amostrados sobre eles podem ser construídos tomando como base a origem do sistema cartesiano e um vetor direção, por exemplo  $e = (0, 0, 1)$ . O alinhamento do vetor  $e$  com a normal de cada face, que pode ser feito com rotações, possibilita a orientação correta dos cones. Após o alinhamento, a translação da origem do sistema cartesiano para um ponto sobre a face (como o centróide por exemplo), permite que os raios sejam lançados corretamente a partir de cada uma das faces de bordo do volume.

Um ponto importante da técnica VoS é que todos os raios são lançados diretamente das faces de bordo. Esse fato aumenta muito a eficiência do ray-casting, pois o custo de encontrar a interseção do raio com o bordo do modelo é nulo.

### 3.2 Rendering de Superfície

Uma vez realizada a etapa de pré-visualização, resta executar o rendering de superfície tradicional, associando a cada face a cor apropriada de acordo com a linha de visão do observador.

O cálculo para obtenção da cor apropriada para cada face, pode ser feito com um produto escalar entre as direções amostradas e a posição do observador. Vale dizer que esse produto escalar pode ser feito em hardware, pois grande parte das placas gráficas disponíveis no mercado já suportam esse tipo de operação. Note que a oclusão de elementos é resolvida com um Z-buffer, que também está disponível em hardware.

Concluimos essa seção com um diagrama (figura 4) mostrando as três principais etapas do processo de visualização da técnica VoS. O diagrama da figura 4 também ilustra o processamento inerente a cada uma das etapas. O módulo de "Entrada de Dados", não discutido no texto acima, é comum a quase todas as técnicas de visualização volumétrica. Ele é responsável pela leitura e estruturação dos dados e atributos volumétricos, como a topologia da decomposição celular, a cor associada aos elementos, opacidade, etc.

## 4 Resultados

Nessa seção apresentamos alguns resultados da técnica VoS na visualização de malhas tetraedrais. Em todos os exemplos mostrados a seguir, utilizamos  $n_c = 3$  e  $n_d = 4$ , isto é, três cones por face com quatro direções de observação por cone.

Como primeiro exemplo, mostramos na figura 5, a visualização de uma esfera contida no interior de um cubo. O importante nesse exemplo é notar que (figura 5b)), mes-



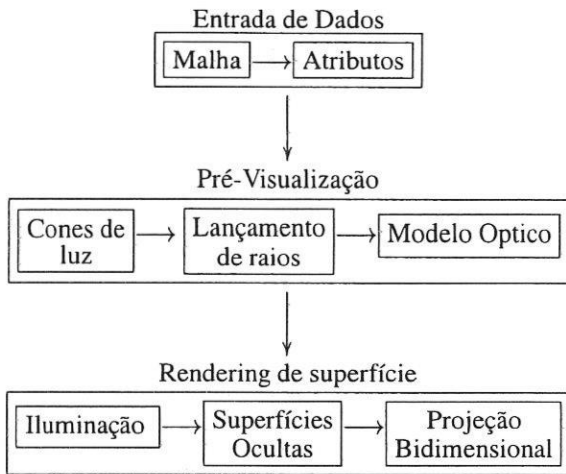


Figura 4: Etapas da técnica VoS.

mo observando o cubo a partir da diagonal, a técnica permite uma visualização razoável da esfera interna. Salientamos que a redução nos parâmetros de amostragem das direções de observação pode reduzir bastante a qualidade da visualização. Por exemplo, se apenas um cone for utilizado em cada face, artefatos indesejados podem aparecer na visualização, principalmente em regiões onde a superfície de bordo é pouco suave.

O “serrilhado” observado na figura 5 é consequência de dois fatores: o pouco refinamento da malha tetraedral e o flat shading empregado na visualização da superfície. Decidimos não utilizar suavizações como Gouraud e Phong, justamente para permitir uma análise mais precisa do esquema de coloração oriundo do ray-casting.

A figura 6 ilustra a visualização de duas elipses, uma no interior da outra. O objetivo da figura 6 é mostrar a possibilidade de atribuir reflexão especular no momento do rendering de superfície, o que pode gerar efeitos interessantes na visualização. Além disso, note como utilização do Gouraud shading reduz substancialmente o problema do serrilhado, embora a malha da figura 6 possua praticamente a mesma densidade da malha empregada na figura 5.

A fim de comprovar a eficácia da técnica VoS em aplicações reais, visualizamos uma castanha de caju reconstruída a partir de imagens de ressonância magnética. A malha tetraedral da castanha, cujo bordo é mostrado na figura 7a), foi gerada por uma técnica topológica de modelagem de volumes que está sendo desenvolvida pelo grupo de Matemática Computacional e Computação Gráfica do ICMC/USP-São Carlos [16]. Nas visualizações mostradas nas figuras 7b) e c), utilizamos também o flat shading a fim de permitir uma melhor análise dos cálculos de colorações.

A malha tetraedral da castanha possui 54.481 tetrae-

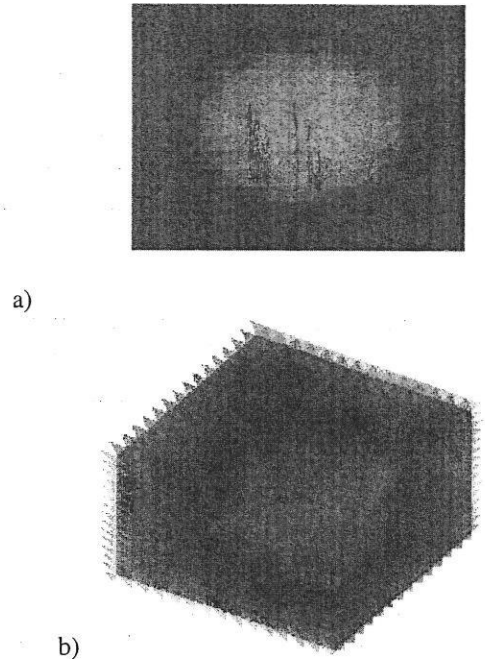


Figura 5: Esfera no interior de um cubo.

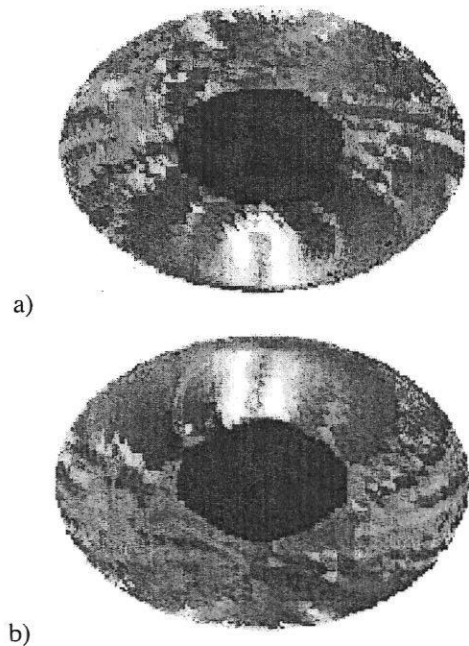


Figura 6: Visualização de uma elipse no interior de outra.

dros com 13.332 faces de bordo. O cálculo da pré-visualização, que é realizado apenas uma vez durante todo o processo, levou 15 segundos para ser executado em uma máquina AMD Athlon 1.8 GHz com 1.0 GB de RAM. Vale lembrar que a etapa de pré-visualização pode ser incorporada ao próprio software de geração da malha, tornando-se transparente para o usuário final.

Outro aspecto que merece destaque é a paralelização inerente da técnica VoS, pois o cálculo das colorações é independente para cada face. Dessa forma, o tempo de processamento da pré-visualização em uma máquina paralela irá decair com o número de processadores.

No caso da castanha, mesmo estimando via software as colorações das faces, o que implica em 13 produtos escalares por face a cada mudança na posição do observador, obtivemos uma taxa de aproximadamente 22 frames por segundo durante as visualizações. Isso mostra que a técnica VoS possibilita um alto grau de interatividade durante a visualização, fato difícil de ser obtido com outros métodos volumétricos sem o uso de hardware especializado.

As implementações da técnica VoS foram feitas utilizando C++ e OpenGL, o que facilita a portabilidade entre plataformas. Em nosso caso, a portabilidade é essencial, pois viabiliza a exploração de versões paralelas dos algoritmos envolvidos.

## 5 Conclusões e Trabalhos Futuros

Esse trabalho de mestrado apresentou um levantamento e uma proposta de classificação para as técnicas de rendering volumétrico híbrido. Essa classificação de técnicas híbridas representa uma contribuição importante para a área de visualização volumétrica pois, até onde temos conhecimento, nenhum trabalho descrito na literatura realiza tal contextualização.

O trabalho também apresenta uma nova técnica de rendering volumétrico híbrido, chamada VoS (Volume on Surface). De acordo com a proposta de classificação dos métodos híbridos, a técnica VoS se enquadra no grupo Superfície-Volume, pois permite uma visualização volumétrica utilizando um rendering de superfície.

A integração superfície-volume proposta pela técnica VoS é feita por meio de um mapeamento da informação volumétrica sobre a superfície de bordo do objeto de interesse. Esse esquema inovador de mapeamento, descrito pela primeira vez nesse trabalho, possibilita que a informação volumétrica seja visualizada com um rendering de superfície convencional.

Desse modo, a técnica VoS aparece como a primeira a superar a principal limitação do rendering de superfície, que é a perda da informação volumétrica durante o processo de visualização. Além disso, a técnica VoS mantém as vantagens consagradas do rendering de superfície, co-

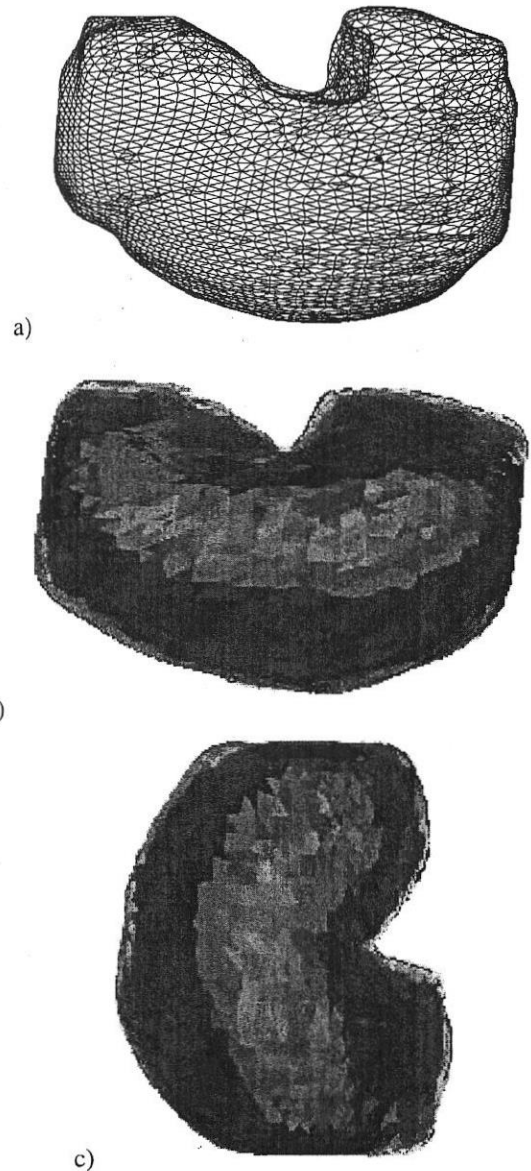


Figura 7: Modelo volumétrico de uma castanha de caju; a) visualização da malha da superfície de bordo; b) e c) volume visualizado pela técnica VoS

mo a interatividade e o uso de hardware comum. O fato de poder ser empregada em decomposições celulares não estruturadas é outro ponto positivo da nova abordagem proposta.

Estamos trabalhando em duas melhorias para técnica VoS, uma visando aumentar a qualidade das visualizações e outra buscando reduzir o consumo de memória. Pretendemos melhorar a qualidade das imagens produzidas com a incorporação de interpolações entre as colorações atribuídas às faces vizinhas. Acreditamos que essas interpolações, juntamente com Gouraud ou Phong shading, deverão aumentar muito a qualidade das visualizações.

Como deve ter sido notado, o uso de grande quantidade de memória é um dos principais problemas da técnica VoS. A fim de reduzir o consumo de memória, estamos desenvolvendo um esquema de compactação baseado em wavelets. Tal esquema possibilitará armazenar colorações de cada face de forma mais concisa.

A execução da etapa de rendering de superfície totalmente em hardware é outro de nossos objetivos. Em conjunto com o professor João Comba da UFRGS, estamos implementando em hardware gráfico comum a escolha das colorações das faces de acordo com a posição do observador.

A utilização da técnica VoS como ferramenta de exploração de volumes também está sendo investigada pelo nosso grupo. Nessa abordagem, o mapeamento do volume sobre a superfície é feito na parede de uma sonda, possibilitando obter informações volumétricas durante a navegação pelo interior do volume. Portanto, vemos que a técnica VoS, além de trazer uma nova abordagem para a área de visualização volumétrica, abre novas portas para a criação de dispositivos de exploração e navegação em volumes.

#### Agradecimentos

Agradecemos a Embrapa Instrumentação Agropecuária de São Carlos pelas imagens de ressonância magnética utilizadas na reconstrução da castanha de caju. Agradecemos também a Fapesp, Capes e CNPq pelos auxílios fornecidos.

#### Referências

- [1] P.S.H. Cateriano. Técnica híbrida de visualização para exploração de dados volumétricos não estruturados, *Dissertação de Mestrado*, Departamento de Ciência da Computação e Estatística, ICMC/USP-São Carlos, 2003.
- [2] P. Cignoni, C. Montani, E. Puppo, and R. Scopigno. Speeding up iso-surface extraction using interval tree, *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, 3(2), pp. 158-170, 1997.
- [3] J. Comba, J. Klosowski, N. Max, J. Mitchell, C. Silva, and P. Williams. Fast Polyhedral Cell Sorting for Interactive Rendering of Unstructured Grids, *Computer Graphics Forum*, 8(3), pp. 367-376, 1999.
- [4] A.V. Gelder and K. Kim. Direct volume rendering with shading via three-dimensional textures, *Technical Report UCSC-CRL, CA 95064*, University of California, Santa Cruz, 1996.
- [5] M.H. Gross, L. Lippert, R. Dittrich, and S. Häring. Two Methods for Wavelet-Based Volume Rendering, *Technical report, Swiss Federal Inst. Tech. Zurich*, #247, 2000.
- [6] M.H. Gross. Computer Graphics in Medicine: From Visualization to Surgery Simulation, *ACM SIGGRAPH*, 32(1), pp. 53-56, 1998.
- [7] P. Lacroute and M. Levoy. Fast Volume Rendering Using a Shear-Warp Factorization of the Viewing Transformation. *Computer Graphics*, 28(3), pp. 451-458, 1994.
- [8] D. Laur and P. Hanrahan. Hierarchical Splatting: A progressive Refinement Algorithm for Volume Rendering, *Computer Graphics*, 25(4), pp. 285-288, 1991.
- [9] M. Levoy. Ray Tracing of Volume Data, *SIGGRAPH'90 course notes*, Volume Visualization Algorithms and Architectures, pp. 120-147, 1990.
- [10] M. Levoy. A Hybrid Ray Tracer for Rendering Polygon and Volume Data, *IEEE Computer Graphics and Applications*, 10(2), pp. 33-40, 1990.
- [11] M. Levoy and R. Whitaker. Gaze-directed Volume Rendering, *Computer Graphics*, 24(2), pp. 217-223, 1990.
- [12] M. Levoy. Volume rendering using the Fourier projection-slice theorem, *Proceedings of Graphics Interface '92*, pp. 61-69, 1992.
- [13] L. Lippert and M.H. Gross. Fast wavelet based volume rendering by accumulation of transparent texture maps, *Computer Graphics Forum*, 14(3): pp. 431-443, 1995.
- [14] W.E. Lorensen and H.E. Cline. Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithms, *ACM SIG. Comp. Graph.*, 21, pp. 163-169, 1987.
- [15] N. Max. Optical Models for Direct Volume Rendering, *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, 1(2), pp. 99-108, 1995.



- [16] L.G. Nonato, A. Castelo, H. Biscaro, J.E.P.P. de Campos, R. Minghim. A Topological Tetrahedron Characterization with Application in Volume Model. *Technical Report ICMC/SCE/USP-São Carlos*, 2003.
- [17] L.G. Nonato, R. Minghim, M.C.F. de Oliveira, and G. Tavares, A novel Approach for Delaunay 3D Reconstruction with a Comparative Analysis in the Light of Applications, *Computer Graphics Forum*, 20(2), pp. 161-174, 2001.
- [18] R. Samanta, T. Funkhouser, K. Li, and P. Singh. Hybrid Sort-first and Sort-last Parallel Rendering with a Cluster of PC's, *SIGGRAPH/EUROGRAPHICS Workshop in Graphics Hardware*, Interlaken, Switzerland, 2000.
- [19] C. Silva and J. Mitchell. The Lazy Sweep Ray Casting Algorithm for Rendering Irregular Grids, *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, 3(2), pp. 142-157, 1997.
- [20] T. Totsuka and M. Levoy. Frequency Domain Volume Rendering, *Computer Graphics*, 27, pp. 271-278, 1993.
- [21] D. Tost, A. Puig, and I. Navazo. Visualization of mixed scenes based on volume and surfaces, *Fourth Eurographics Workshop on Rendering*, pp. 281-293, 1993.
- [22] L. Westover. Footprint Evaluation for Volume Rendering, *Computer Graphics*, 24(4), pp. 367-376, 1990.
- [23] P. Williams. Visibility Ordering Meshed Polyhedra, *ACM Transaction on Graphics*, 11(2), pp. 103-126, 1992.
- [24] R. Yagel, D. Cohen, and A. Kaufman. Discrete Ray Tracing, *IEEE Comp. Graphics & Applications*, 12(5), pp.19-28, 1992.
- [25] M.N. Zakaria and M.Y. Saman. Hybrid Shear-Warp Rendering, *Proceedings of the ICVC*, 1999.