Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

ISSN - 0103-2569

Experimentos realizados com um teste adaptativo informatizado para o domínio do inglês instrumental

Jean Piton Gonçalves
Sandra Maria Aluísio

Nº 224

RELATÓRIOS TÉCNICOS DO ICMC

São Carlos
Jan/2004

Esse documento foi elaborado com o formatador de textos LaTeX.
No sistema de citações de referências bibliográficas utilizou-se *chicago_url* (é uma reformulação realizada pelo autor dessa monografia do pacote *chicago* para aceitar links nas referências), e nas citações do texto utiliza-se o estilo *natbib*.
Para a elaboração de alguns esquemas gráficos, utilizou-se o software Inspiration[1]

©Copyright 2004 por Jean Piton Gonçalves
jpiton@yahoo.com
http://www.jpiton.da.ru
Todos os direitos reservados.

[1] http://www.inspiration.com/home.cfm

Sumário

Sumário iv
Lista de Figuras v
Lista de Tabelas viii
Lista de Abreviaturas x
Nomenclatura xi

1 Introdução **1**

2 Testes Informatizados **3**

3 Testes Adaptativos Informatizados **7**
3.1 Elementos dos Testes Adaptativos Informatizados 7
3.2 Principais Modelos de Testes Adaptativos 8
3.3 Testes Adaptativos Baseados na Teoria de Resposta ao Item 10
3.4 Modelos Logísticos 11
3.4.1 O Modelo Logístico de Um Parâmetro 11
3.4.2 O Modelo Logístico de Dois Parâmetros 11
3.4.3 O Modelo Logístico de Três Parâmetros 12
3.4.4 O Modelo Logístico de Quatro Parâmetros 12
3.5 O Banco de Itens e a Estimação de Parâmetros 12
3.6 A Estimação da Habilidade do Aluno 13
3.7 A Função de Informação de um Item 14
3.8 O Algoritmo CBAT-2 14
3.8.1 O Gerenciamento de Conteúdo 15
3.9 Classificação dos TAI's 19

4 Estrutura e Implementação do Teste Adaptativo Informatizado **21**
4.1 A Base de Itens 21
4.2 O Domínio do Conhecimento 21
4.3 Expansão do ADEPT 25

4.4 Critérios de Parada do Teste 26
4.5 Cálculo da Nota Final 26
4.6 Alterações Realizadas no CBAT-2 27
4.6.1 Seleção dos Itens no ADEPT 27
4.6.2 Estimativa da Habilidade do Aluno 27
4.7 Estrutura do ADEPT 27

5 Experimentos Realizados 33
5.1 Objetivos dos Experimentos 33
5.1.1 Carta de Solicitação 33
5.1.2 Notações para as Tabelas 34
5.2 Experimento Número 1 35
5.2.1 Análise dos Itens da Base do Experimento 1 36
5.2.2 Análise dos Alunos do Experimento 1 37
5.3 Experimento Número 2 38
5.3.1 Análise dos Itens da Base do Experimento 2 39
5.3.2 Análise dos Alunos no Experimento 2 40
5.4 Resultados Comparativos - Experimentos Número 1 e 2 41
5.4.1 Análise dos Itens da Base 41
5.4.2 Análise dos Alunos 44
5.4.3 Análise entre Alunos e Questões da Base de Dados 45
5.5 Discussão dos Resultados 46

Referências Bibliográficas 46

Apêndice 48

A Tabelas de Dados das Questões 49

B Tabelas dos Dados de Alunos 79

C O Desenvolvimento do ADEPT 85
C.1 Etapa 1 - Seleção da Questão ao Aluno 85
C.2 Etapa 2 - Resposta à questão 86
C.3 Etapa 3 - Calibração do Parâmetro b da Questão 86
C.4 Etapa 4 - Estimativa da Habilidade do Aluno 87
C.5 Ciclo das Etapas 88

Lista de Figuras

2.1 Tela com uma introdução de um artigo científico da área de computação no CAPTEAP. 5
2.2 Tela com uma questão sobre a estrutura de introdução apresentada na Figura 2.1 no CAPTEAP. 6
2.3 A hierarquia dos Teste Informatizado. 6

3.1 Registro de resposta de um aluno no Binet Test 9
3.2 Registro de resposta de um aluno no Teste Adaptativo Estratificado 10
3.3 Áreas do conteúdo e questões em uma Hierarquia de Currículo 16
3.4 Uma classificação do TAI's. 19

4.1 Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Gap*. 22
4.2 Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Setting*. 23
4.3 Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Comprehension*. 24
4.4 Continuação da tela de uma questão do ADEPT da Parte *Comprehension*. . . . 24
4.5 Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Introduction*. 25
4.6 A estrutura do ADEPT. 29
4.7 A estrutura e funcionamento do ADEPT. 30

5.1 Seqüência de apresentação dos Módulos ao usuário no experimento 1. 35
5.2 Seqüência de apresentação dos Módulos ao usuário no experimento 2. 39
5.3 Diagrama de conteúdo do EPI. 42

C.1 Ciclo das Etapas para o desenvolvimento do ADEPT. 88

Lista de Tabelas

4.1 Número de questões armazenadas na base de dados do ADEPT. 25
4.2 Número mínimo e máximo de questões respondidas por cada Módulo do teste. . 26
4.3 Peso de cada módulo para o TAI. 27

5.1 Tabela das classes do parâmetro b 35
5.2 Quantidade de questões calibradas por Módulo e Parte no experimento 1. . . . 36
5.3 Diferença absoluta entre o parâmetro b das questões iniciais e calibradas no experimento 1. 37
5.4 Dados de cada aluno no experimento 1. 38
5.5 Valores máximos e mínimos do teste referentes aos alunos envolvidos no experimento 1. 38
5.6 Dados dos alunos 5, 12 e 4 no experimento 1. 38
5.7 Quantidade de questões calibradas por Módulo e Parte no experimento 2. . . . 39
5.8 Diferença absoluta entre o parâmetro b do experimento 1 (ω_0) e experimento 2 (b). 40
5.9 Dados de cada aluno no experimento 2. 40
5.10 Valores máximos e mínimos do teste referentes aos alunos envolvidos no experimento 1. 41
5.11 Dados dos alunos 2, 4 e 6 no experimento 2. 41
5.12 Questões que os alunos responderam totalmente corretas e totalmente incorretas. ω_0 é o b inicial, anterior ao experimento 1. 42
5.13 Número de questões calibradas do experimento 1 e experimento 2 por Parte em cada Módulo. 43
5.14 Resultados globais da base de questões final. 43
5.15 Dados dos grupos dos testlets no experimento 2. 44
5.16 Valores máximos e mínimos do teste referentes aos alunos envolvidos em ambos experimentos. 44

A.1 Questões da base de dados do experimento 1. Estimativa incial do parâmetro b. 50

A.2 Questões da base de dados experimento 1. Parâmetros b, W, R, Φ calibrados pelo experimento 1. 55
A.3 Questões da base de dados experimento 2. Parâmetros b, W, R, Φ calibrados pelo experimento 2. 60
A.4 Cruzamento dos dados das questões entre a base inicial, experimento 1 e experimento 2. 65
A.5 Dados referente as questões inseridas em testlet. 71
A.6 Questões da base de dados experimento 1. Relações entre a base de dados com a estimativa inicial de b e a base de dados calibrada pelo experimento 1. 73

B.1 Trajetória no TAI pelo aluno 5 no experimento 1. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno. 79
B.2 Trajetória no TAI pelo aluno 12 no experimento 1. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno. 80
B.3 Trajetória no TAI pelo aluno 4 no experimento 1. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno. 81
B.4 Trajetória no TAI pelo aluno 2 no experimento 2. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno. 82
B.5 Trajetória no TAI pelo aluno 4 no experimento 2. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno. 83
B.6 Trajetória no TAI pelo aluno 6 no experimento 2. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno. 84

Lista de Abreviaturas

ACA Ambiente Computacional de Aprendizagem

ACA's Ambientes Computacionais de Aprendizagem

ACT Ambiente Computacional de Tarefas

ACT's Ambientes Computacionais de Tarefas

ADEPT *Adaptive English Proficiency Test*

BI Banco de Itens

CALEAP-Web *Computer-Aided Learning of English for Academic Purposes*

CALESE *Computer-Aided Learning Tool for Scientific Writing in English*

CAPTEAP *Computer Assisted Proficiency Test of English for Academic Purposes*

CATESE *CATESE Computer-Aided Task Environment for Scientific English*

CBAT-2 *Content-Balanced Adaptive Testing*

CCI Curva Característica de um Item

CMR Critério da Medida de Referência

EPI Exame de Proficiência em Inglês

EXP1 Experimento 1

EXP2 Experimento 2

FII Função de Informação de um Item

MPA Medida de Probabilidade Admissível

ML1P Modelo Logístico de Um Parâmetro

ML2P Modelo Logístico de Dois Parâmetros

ML3P Modelo Logístico de Três Parâmetros

ML4P Modelo Logístico de Quatro Parâmetros

NMR Normalização da Medida de Referência

NR método de Newton-Raphson interativo modificado

TA Teste Adaptativo

TA's Testes Adaptativos

TAI Teste Adaptativo Informatizado

TAI's Testes Adaptativos Informatizados

TI Teste Informatizado

TI's Testes Informatizados

TRI Teoria de Resposta ao Item

Glossary

$I(\theta)$	Função de Informação do Item da da TRI
$P'(\theta)$	Derivada de primeira ordem da função $P(\theta)$
$P(\theta)$	Probabilidade de um aluno com habilidade θ acertar a questão
Φ_i	Dificuldade acumulada por cada questão Q_i no CBAT-2
Υ_i	Probabilidade da seleção do i-ésimo componente C_i no CBAT-2
μ_i	Nível de dificuldade da questão Q_i no CBAT-2
θ	Estimador de habilidade do aluno
a	Parâmetro discriminação da TRI
b	Parâmetro dificuldade da TRI
c	Parâmetro adivinhação da TRI
d	Parâmetro lentidão da TRI

Capítulo 1

Introdução

Até o início do ano 2000, os alunos que ingressavam no programa de mestrado em Ciências da Computação e Matemática Computacional do ICMC-USP[1] eram avaliados com relação à proficiência em inglês mediante exames preparados a cada semestre por um professor diferente, que decidia o conteúdo, extensão e duração dos exames. Em agosto de 2000, foi proposto um novo tipo de Exame de Proficiência em Inglês (EPI) instrumental automatizado, composto por questões objetivas, isto é, requisitam do aluno uma resposta a uma questão cuja resposta correta é pré-determinada (McKenna & Bull, 1999). Tal exame avalia a compreensão do texto e a habilidade de reconhecer o gênero de textos científicos em inglês, com a estrutura e convenções da língua que lhes são características, por meio de quatro módulos: Convenções da Língua Inglesa para Textos Científicos, Estrutura de Textos Científicos, Compreensão de Texto e Estratégias de Escrita (Aquino, 2001). O EPI para o Mestrado do ICMC-USP tenta sanar os problemas de custo, tempo, falta de padronização, subjetividade e a falta de adequação dos exames anteriores.

Segundo Aquino (2001), a Taxonomia de Bloom foi utilizada para auxiliar no esclarecimento dos objetivos educacionais envolvidos no exame e na identificação de habilidades que estavam sendo avaliadas. Para solucionar o problema do "chute" e estabelecer uma pontuação coerente com o conhecimento do estudante, foi utilizada a técnica de Medida de Probabilidade Admissível (MPA), usando questões de três alternativas. Esse método possibilita ao aluno expressar o grau de certeza ou incerteza em relação às suas respostas, podendo escolher como resposta da questão uma opção dentre as letras A até M dispostas em um triângulo eqüilátero. Cada resposta está associada a uma pequena região de probabilidades que representam a crença do aluno na escolha de alguma alternativa.

Em abril de 2001, foi utilizado o primeiro exame informatizado para o EPI através do sistema *Computer Assisted Proficiency Test of English for Academic Purposes* (CAPTEAP)[2]. Com

[1] http://www.icmc.usp.br
[2] http://www.nilc.icmc.usp.br/capteap

esse, tenta-se estabelecer uma análise de resultados mais justa, utilizando critérios que permitem a classificação do aluno em aprovado e refazer, fornecendo ao final do exame um relatório de seu desempenho nos vários módulos e com indicação explícita em qual critério o aluno foi aprovado (existem três critérios de aprovação).

O CAPTEAP fornece exames modelos para os alunos conhecerem o conteúdo e sistema de pontuação empregados no EPI do mestrado e também para praticarem; porém não propicia uma retroalimentação para os possíveis erros e acertos dos alunos que estão se preparando para o EPI. Então, na tentativa de apoiar o aprendizado de inglês instrumental do aluno, a pesquisa de Gonçalves (2003) propõe a **Integração de Testes Adaptativos Informatizados (TAI's) e Ambientes Computacionais de Tarefas (ACT's) para o Aprendizado do Inglês Instrumental**, que resultará em um **Ambiente Computacional de Aprendizagem (ACA)** para o aprendizado do **inglês instrumental** para alunos que se preparam para o EPI do ICMC-USP. Poderá também ser utilizado por todos alunos que desenvolvem pesquisas, sejam eles de iniciação científica, mestrado ou doutorado.

A pesquisa de Gonçalves (2003) propõe um Ambiente Computacional de Aprendizagem (ACA) formado pela integração entre dois Módulos: um Ambiente Computacional de Tarefas (ACT) denominado *CATESE Computer-Aided Task Environment for Scientific English* (CATESE) que foi adaptado da Ferramenta de Suporte do ambiente para a escrita científica AMADEUS (Aluísio & Oliveira, 1995; Aluísio & Gantenbein, 1997), e um Teste Adaptativo Informatizado (TAI) denominado de *Adaptive English Proficiency Test* (ADEPT).

No presente relatório, apresenta-se dois experimentos realizados do TAI com alunos do programa de Ciências da Computação e Matemática Computacional para o mestrado do ICMC-USP.

No Capítulo 2, são abordados alguns conceitos e métodos de Testes Informatizados (TI's). Em seguida, o Capítulo 3 detalha os Testes Adaptativos Informatizados (TAI's). Também são levantados os elementos principais que compõem um TAI, assim como a Teoria de Resposta ao Item (TRI) que dá suporte aos TAI's, permitindo uma maior individualização e precisão do teste. Aborda-se também o *Content-Balanced Adaptive Testing* (CBAT-2), que é um modelo de TAI, apresentando-se como uma solução de TAI's para pequenas instituições, como é o caso do ICMC-USP. O Capítulo 4 descreve o funcionamento e estrutura de um TAI implementado como parte da pesquisa de mestrado de Gonçalves (2003), e, experimentos realizados com esse TAI são apresentados no Capítulo 5, assim como algumas conclusões. Todas as tabelas mencionadas nos experimentos encontram-se nos Apêndices A e B.

Capítulo 2

Testes Informatizados

Uma forma de avaliar o aprendizado de alunos é por meio de *Testes Objetivos*, que requisitam do aluno uma resposta a uma questão cuja resposta correta é pré-determinada (McKenna & Bull, 1999). Segundo Olea et al. (1999), os testes objetivos podem ser classificados da seguinte maneira:

Teste Objetivo Tradicional. Tem a principal característica de realizar o teste via lápis e papel. Nessa classificação está a maioria dos testes aplicados nas instituições de ensino. O professor ou o responsável autorizado aplica e corrige o teste;

Teste tipo Fichas. Estão inseridos nessa classificação os testes que são realizados com lápis e papel, mas corrigidos pelo computador (por meio de leitoras óticas, por exemplo). Um exemplo é o vestibular da Fundação Universitária para o Vestibular[1] (FUVEST), que realiza seu vestibular por meio de questões impressas em papel, mas as respostas são preenchidas em cartões de respostas que são posteriormente verificados pelo computador;

Teste Informatizado (TI) ou Teste Objetivo Informatizado. É totalmente automatizado, sendo que o computador tem o papel de fornecer resultados relativos ao aluno por meio de dados de saída (tabelas, gráficos, números), isto é, o computador aplica e corrige o teste.

Com o auxilio do computador é possível elaborar testes de várias maneiras (por exemplo, recursos multimídia), mostrando-se útil e eficaz para testes que envolvam procedimentos e cálculos estatísticos. Segundo Aquino (2001), uma outra forma de auxílio é a elaboração de um Banco de Itens (BI), no qual estão armazenadas as questões do teste. Em um TI todo o processo é realizado pelo computador (exposição das questões, análise e resultados), podendo ser categorizado segundo os critérios: duas opções de resposta (certo ou errado) e/ou medida de conhecimento parcial. Dessa maneira, Oliveira (2002) destaca dois métodos de TI's:

[1] http://www.fuvest.br

1. **Métodos Convencionais Informatizados.** São aqueles em que o *número de alternativas*, *pontuação da resposta* e *opções de resposta* de cada questão são os mesmos para todos os alunos participantes;

2. **Métodos Alternativos Informatizados.** Medem o conhecimento parcial do aluno, ou se adaptam à habilidade de cada aluno. Dentre os métodos alternativos informatizados destacam-se:

   - A **Medida de Probabilidade Admissível (MPA)**, que consiste em um método utilizado no EPI do ICMC-USP, que possibilita ao aluno expressar seu conhecimento parcial acerca das questões, por meio do uso de um triângulo com 3 alternativas cujos vértices correspondem às alternativas A, B, C. Existem outras opções de D a M que podem ser utilizadas para expressar sua incerteza quanto às alternativas. Se o aluno estiver totalmente certo/seguro usa as opções A, B ou C. Se estiver totalmente incerto/inseguro usa a opção M. Se uma das três opções A, B e C parecerem definitivamente erradas, escolhe entre as cinco opções da linha oposta. Indica a preferência entre duas opções A, B ou C escolhendo as opções D, F, G, I, J ou L. Se duas das opções A, B, ou C parecem iguais escolhe-se as opções E, H, ou K. Esse método possibilita obter um grau de certeza para as respostas dadas. As Figuras 2.1 e 2.2 mostram respectivamente uma introdução de um artigo científico e a questão sobre ele, onde há o triângulo com as 13 respostas possíveis. A questão é pontuada com uma das 6 seguintes classes relativas ao conhecimento do estudante: *Totalmente Informado* (alternativa correta), *Quase Informado*, *Parcialmente Informado*, *Mal Informado* (uma das outras duas alternativas do triângulo) e *Desinformado*. Um estudo detalhado sobre MPA encontra-se em Aquino (2001);

   - O **Teste Adaptativo Informatizado (TAI)** baseia-se na seleção de itens realizada pelo computador, compondo um teste que mais se adapta ao nível de habilidade do aluno. Assim, cada aluno que participa da avaliação pode ter um teste diferente, dependendo de sua competência. Subjacente ao modelo adotado, o item selecionado será aquele que fornecer mais informação, dada a habilidade de um indivíduo. Uma descrição completa desse tipo de teste encontra-se no Capítulo 3.

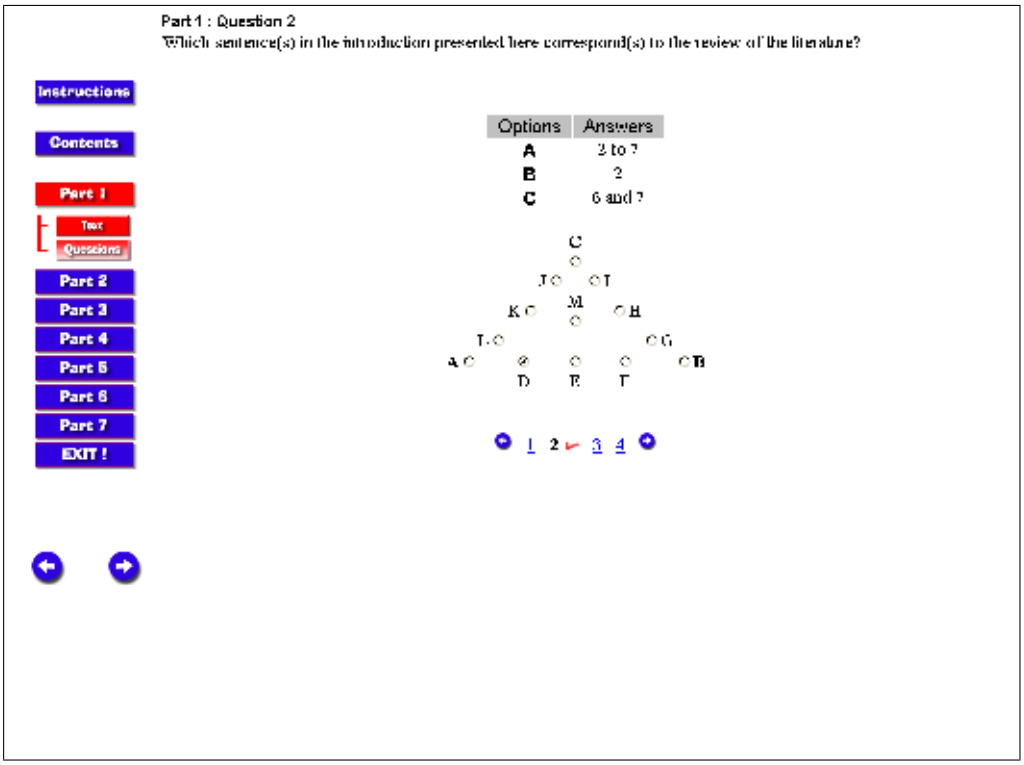

Figura 2.1: Tela com uma introdução de um artigo científico da área de computação no CAPTEAP.

A Figura 2.3 mostra a hierarquia da classificação dos Testes Objetivos abordados nesse capítulo. O Capítulo 3 trata dos TAI's, que trabalham segundo as necessidades de aprendizado individuais e as habilidades de cada aluno.

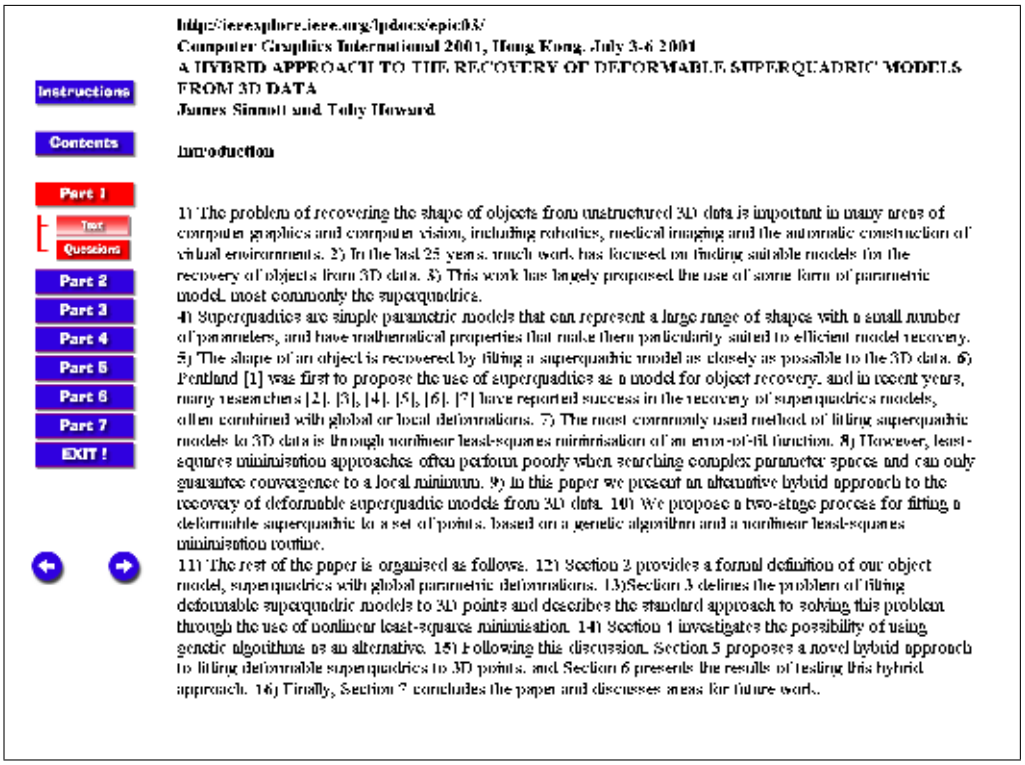

Figura 2.2: Tela com uma questão sobre a estrutura de introdução apresentada na Figura 2.1 no CAPTEAP.

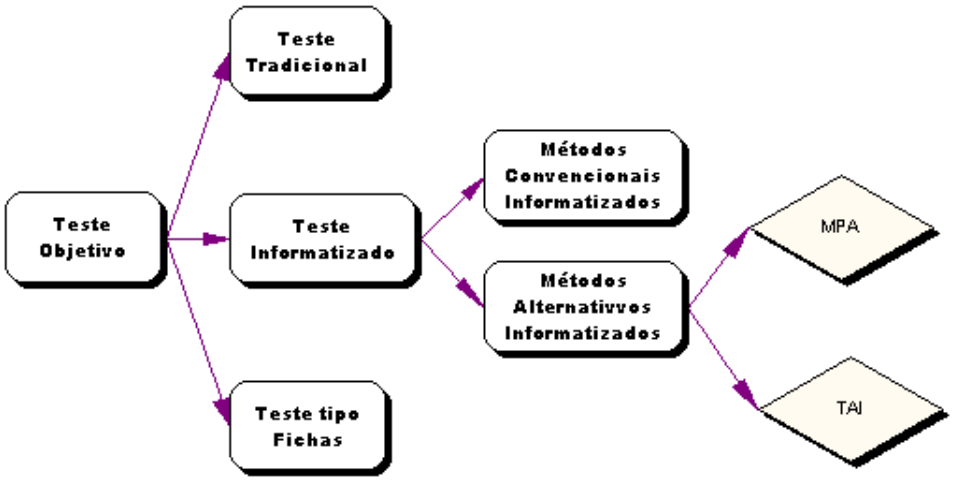

Figura 2.3: A hierarquia dos Teste Informatizado.

Capítulo 3

Testes Adaptativos Informatizados

Esse capítulo está dividido da seguinte maneira: uma introdução aos elementos principais dos Testes Adaptativos (TA's) é apresentada na Seção 3.1, com detalhes de cada um nas Seções 3.5, 3.6 e 3.7. Um resgate histórico dos TAI's é apresentado na Seção 3.2. O TAI baseado na TRI – que considera a habilidade individual do aluno em um teste, conjuntamente com algumas informações pré-estabelecidas das questões – é descrito na Seção 3.3, por meio de quatro Modelos Logísticos que dão suporte a eles. Uma descrição detalhada do algoritmo CBAT-2, caracterizado pela ausência de uma pré-calibração dos itens, está na Seção 3.8.

3.1 Elementos dos Testes Adaptativos Informatizados

A surgimento do TAI está diretamente ligado com a discussão sobre a eficácia e inconvenientes dos Testes Objetivos Tradicionais. Os TAI's mostram maior flexibilidade, adaptabilidade, redução de tempo de teste, resultados imediatos e precisão em relação aos Testes Objetivos Tradicionais (Olea et al., 1999). Segundo Conejo et al. (2001), os TAI's são compostos por alguns elementos básicos:

Modelo de Resposta ao Item. Esse modelo descreve como o aluno examinado responde ao item, segundo seu nível de conhecimento. Quando faz-se medidas do nível de conhecimento, espera-se que o resultado obtido não dependa do instrumento usado, como por exemplo o computador ou lápis e papel;

Banco de Itens (BI). É um dos elementos fundamentais para a criação de um TAI, o qual define um banco de questões que devem abranger parte ou todo o domínio do conhecimento abordado pelo teste. Uma vez especificado o conteúdo do teste, o Banco de Itens (BI) deve ser composto por itens que tratem de tal conteúdo;

Nível de Conhecimento Inicial. Deve-se escolher de forma adequada o nível de dificuldade da primeira questão, para possibilitar uma sensível redução do tempo de teste;

Método de Seleção dos Itens. Um TAI seleciona o item seguinte que será apresentado, em cada momento, em função do nível estimado do conhecimento do aluno e da resposta do item previamente ministrado. Selecionar o melhor item pode melhorar a precisão na estimação desse nível, e com isso, reduzir o tempo de teste;

Critério de Parada. É o término do teste. Pode-se utilizar diferentes critérios de parada, tais como o alcance de um nível pré-estabelecido de habilidade, quantidade máxima de itens em um teste, tempo de teste, etc.

3.2 Principais Modelos de Testes Adaptativos

Ao longo de todo o processo evolutivo dos TA's, muitos modelos estão em constante criação e reestruturação, com o objetivo de fornecer subsídios para melhor avaliar alunos em um dado domínio. Weiss (1985) traz alguns tipos de TA's:

Binet Test. Trata-se de um teste de inteligência baseado em níveis de dificuldade, criado por Alfred Binet. Esse teste foi desenvolvido para o diagnóstico do nível de inteligência de uma criança em comparação com sua idade cronológica, analisando a idade mental. As questões são classificadas segundo *níveis*, e se todos os itens de um determinado nível forem respondidos corretamente são fornecidos itens de um nível mais alto até que todos eles sejam respondidos incorretamente (*Nível Superior*); caso contrário, se todos os itens de um certo nível forem respondidos incorretamente, são disponibilizados itens de um nível mais baixo até que todos eles sejam respondidos corretamente (*Nível Inferior*). Quando o Nível Superior e o Nível Inferior são identificados, termina o teste. A Figura 3.1 mostra o procedimento da seleção de itens no teste, onde os símbolos $+$ e $-$ significam respectivamente questão respondida corretamente e questão respondida incorretamente. O aluno inicia o teste na primeira questão $1+$ e segue até a décima questão $10+$. Após verificado seu desempenho, ele é levado a um novo conjunto de dez questões, em um segundo nível (idade mental 8.5), seguindo até o nível inferior (7.5). Após responder todas as questões corretamente, será levado ao nível superior. Assim é ministrado um Binet Test.

Teste Adaptativo de Dois Estágios (*Two-Stage Adaptive Testing*). É dividido basicamente em dois sub-testes de menor dificuldade (*Routing Test*) e maior dificuldade (*Measurement Test*). Segundo as respostas corretas e incorretas obtidas no *Routing Test*, selecionam-se as questões do *Measurement Test*;

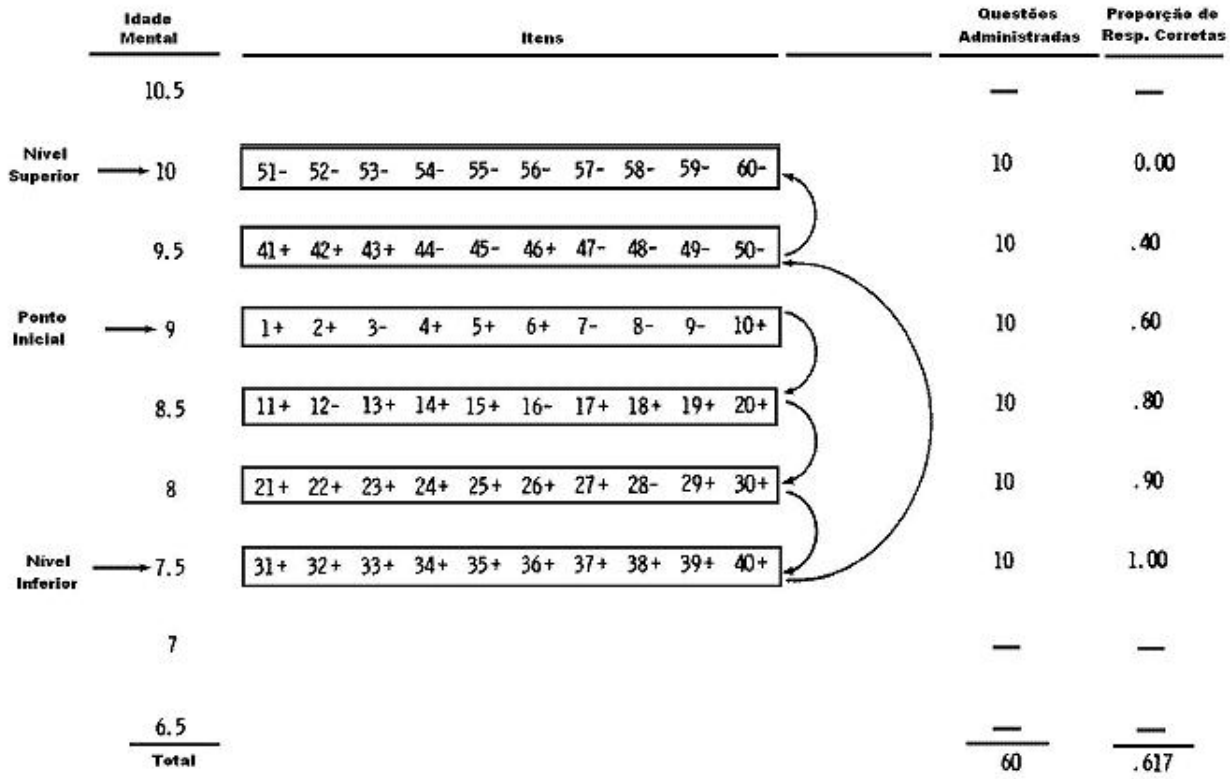

Figura 3.1: Registro de resposta de um aluno no Binet Test (adaptado de Weiss (1985)). Os símbolos $+$ e $-$ significam respectivamente questão respondida corretamente e questão respondida incorretamente.

Teste Adaptativo Estratificado (*Stratified Adaptive Test*). É uma melhoria do Binet Test, sendo diferenciado pela eleição de um próximo item logo após cada um ser respondido. A Figura 3.2 ilustra o procedimento de seleção dos itens. Quando o aluno responde corretamente uma questão, a próxima é de uma dificuldade maior. Por outro lado, quando o aluno responder incorretamente uma questão, a próxima questão é de uma dificuldade menor. O aluno inicia na questão $1+$, respondendo-a corretamente. Conforme ocorrem acertos ($+$), o nível de dificuldade das questões vai se elevando. No caso de errar uma questão ($-$), o aluno será levado a uma questão de um nível de dificuldade menor. O teste termina quando for identificado o Nível Superior (nível de dificuldade no qual nenhuma questão foi respondida corretamente);

Teste Adaptativo baseado na Teoria de Resposta ao Item. Tal teoria permite o desenvolvimento e calibração dos itens conjuntamente com o BI, acrescentando parâmetros referentes a cada item. Segue os detalhes na Seção 3.3.

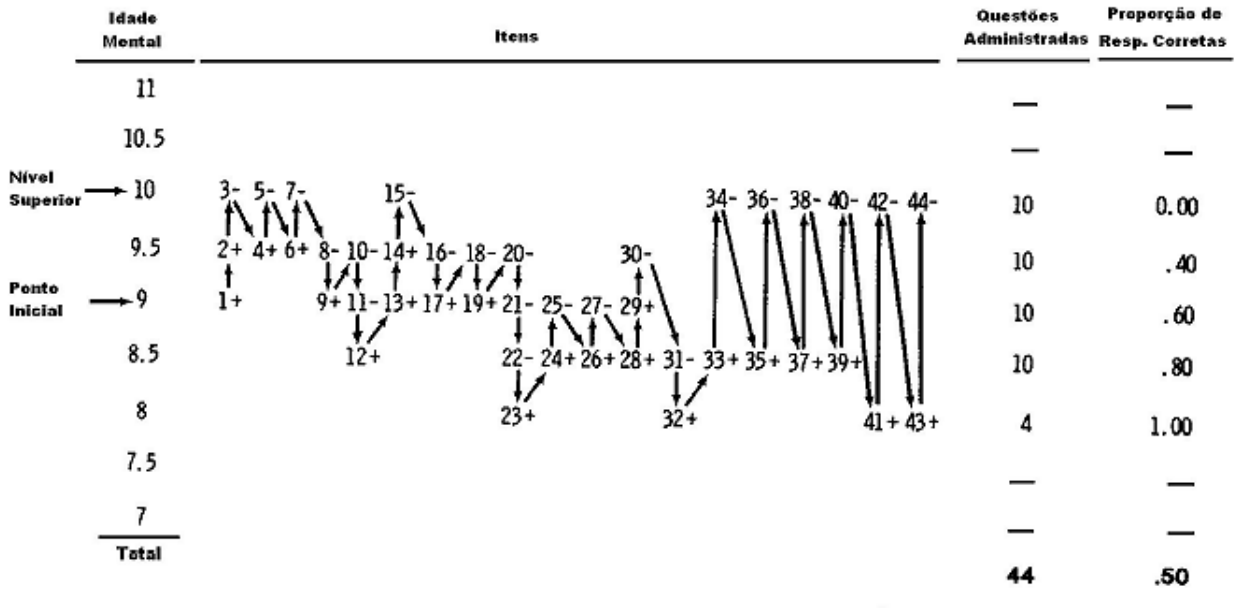

Figura 3.2: Registro de resposta de um aluno no Teste Adaptativo Estratificado (adaptado de Weiss (1985)). Os símbolos $+$ e $-$ significam respectivamente questão respondida corretamente e questão respondida incorretamente.

3.3 Testes Adaptativos Baseados na Teoria de Resposta ao Item

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) assume algumas relações entre a habilidade do aluno e as questões do teste, fundamentadas por modelos estatísticos. Os modelos inerentes à TRI dão suporte à teoria e são compostos essencialmente por estimadores de habilidade e parâmetros, métodos e processos estatísticos. A diferenciação entre esses modelos está relacionada com objetivo do teste, o tamanho da BI e a forma de aprendizado do aluno. Tais modelos apresentam no mínimo um parâmetro, que pode medir algumas informações sobre o item. Os parâmetros são (Oliveira, 2002; Huang, 1996a,b; Wang & Hanson, 2001):

Discriminação (a) Determina o grau de discriminação de um item, ou seja, descreve como um item pode diferenciar os alunos de baixa habilidade dos alunos de alta habilidade;

Dificuldade (b) O nível de dificuldade de um item é dado por esse parâmetro;

Adivinhação (c) Representa a probabilidade de ter-se uma resposta correta, mediante uma baixa habilidade estimada do examinado (*chute*). Como o próprio nome diz, mede quão a questão é “adivinhável”;

Lentidão (d) É a estimativa de tempo para a resolução de um item, isto é, d é o tempo esperado que um aluno utilize para encontrar uma solução para o item.

Convencionam-se os parâmetros da TRI, com $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ e a estimativa de habilidade é dada por $\theta \in \mathbb{Q}$. Os principais modelos logísticos são apresentados na Seção 3.4.

3.4 Modelos Logísticos

Na TRI existem quatro principais Modelos Logísticos[1] de resposta, que são traduzidos por funções que medem o nível de informação de um item, estimam os parâmetros e habilidades e medem erros (Oliveira, 2002). Os Modelos Logísticos das seguintes seções estão baseados em Wang & Hanson (2001), Baker (2001) e Lord (1980).

3.4.1 O Modelo Logístico de Um Parâmetro

O modelo *Rasch* (*Rasch Model*) foi publicado primeiramente pelo matemático dinamarquês Georg Rasch na década de 60, o qual abordou a análise de dados de teste do ponto de vista da Teoria de Probabilidades. Segundo Baker (2001), o Rasch é um modelo com dois parâmetros, mas considera-se como um Modelo Logístico de Um Parâmetro (ML1P) (*One Parameter Logistic - 1PL*), pois o parâmetro a (discriminação) é fixo e constante – o que define o número de parâmetros do modelo não é a quantidade de parâmetros, mas sim quais desses parâmetros podem ser variáveis. Já o parâmetro b (dificuldade) pode assumir os valores $-4.0 \leq b \leq 4.0$ (esse intervalo é mais tipicamente usado) e $a = 1.0$, com $a, b \in \mathbb{Q}$. A função para o ML1P é dada por:

$$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-1(\theta - b)}} \tag{3.1}$$

onde $P(\theta)$ é a probabilidade de um aluno com habilidade θ acertar a questão.

3.4.2 O Modelo Logístico de Dois Parâmetros

O Modelo Logístico de Dois Parâmetros (ML2P) (*Two Parameter Logistic, 2PL*) trabalha com os parâmetros a e b. Ambos podem assumir os valores $-1.0 \leq a \leq 4.0$ e $-2.5 \leq b \leq 2.5$, com $a, b \in \mathbb{Q}$. A função que descreve o modelo é dada por:

$$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-a(\theta - b)}} \tag{3.2}$$

onde $P(\theta)$ é a probabilidade de um aluno com habilidade θ acertar a questão.

[1] Detalhes em http://mathworld.wolfram.com/LogisticEquation.html

3.4.3 O Modelo Logístico de Três Parâmetros

Birmbaum, em 1968, modificou o ML2P para incluir um terceiro parâmetro, causando a "perda" de algumas propriedades matemáticas da função logística[2] (Baker, 2001). Dessa maneira, surge o modelo Modelo Logístico de Três Parâmetros (ML3P) (*Three Parameter Logistic - 3PL*), o qual considera os parâmetros a, b e c assumindo valores $-1.0 \leq a \leq 4.0$, $-4.0 \leq b \leq 4.0$, $0.0 \leq c \leq 1.0$, com $a, b, c \in \mathbb{Q}$. A função que descreve o modelo é dada por:

$$P(\theta) = c + (1 - c)\frac{1}{1 + e^{-Da(\theta - b)}} \tag{3.3}$$

onde $P(\theta)$ é a probabilidade de um aluno com habilidade θ acertar a questão, e D é uma constante de ajuste da função, que pode assumir os valores 1.7 para Lord (1980) ou 1.0 para Baker (2001).

3.4.4 O Modelo Logístico de Quatro Parâmetros

Segundo Wang & Hanson (2001), situações de testes reais sempre têm um limite de tempo, e, com a incorporação de um quarto parâmetro relacionado ao tempo no ML3P, o teste se tornará mais fiel ao medir a habilidade do aluno. No Modelo Logístico de Quatro Parâmetros (ML4P) (*Four-Parameter Logistic Response Time - 4PLRT*) o acréscimo do tempo está relacionado com outros três parâmetros do modelo: a *lentidão do item*, *lentidão do aluno* e o *tempo total de teste*; respectivamente os parâmetros d, ρ e t. Ou seja, para $\forall\ d \in \mathbb{Q}$, significa a estimativa de tempo para uma questão e ρ o tempo que um aluno utilizará para solucionar alguma questão, com $0.0 \leq \rho \leq 10$ e $\rho \in \mathbb{Q}$. O tempo total está em $0.0 \leq t \leq \infty$, com $t \in \mathbb{Q}$. A função do ML4P é dada por:

$$P(\theta) = c + \frac{1 - c}{1 + e^{-1.7a(\theta - (\frac{\rho\ d}{t}) - b)}} \tag{3.4}$$

onde $P(\theta)$ é a probabilidade de um aluno com habilidade θ acertar a questão.

3.5 O Banco de Itens e a Estimação de Parâmetros

Um BI pode ser definido como um banco de dados cujos dados são as questões necessárias para a execução de um Teste Informatizado (TI). Um requisito é que os itens devem tratar do mesmo domínio do conhecimento e a extração de informações seja facilitada.

Caso um teste trate de vários assuntos, faz-se necessário um *Balanceamento de Conteúdo* do BI, que consiste em uma divisão do banco em várias seções. Isso permite que em um único exame avaliem-se várias habilidades de cada aluno de forma individual. As seções são definidas

[2]Observa-se tal "perda" devido à inserção do fator $(c + (1 - c))$.

pelo professor, garantindo a eficácia e objetivos do teste (Oliveira, 2002). Um exemplo é um teste de Matemática, em que o conteúdo é balanceado da seguinte forma: pode-se ter 30% de Álgebra Linear, 30% de Geometria, 20% de Teoria do Números e 20% de outros assuntos.

Em um BI estão as *variáveis psicométricas*[3] que descrevem numericamente algumas características relacionadas ao item e ao aluno. Para estimar tais variáveis é necessária uma *calibração dos itens* que pode ser realizada por dois métodos: **Estimativa da Máxima Verossimilhança** e **Método Bayesiano**, ambos detalhados em Morettin & Bussab (2003), Oliveira (2002) e Lord (1980).

O TAI baseado na TRI necessita de um BI pré-calibrado e pré-ajustado, com exceção do CBAT-2 (ver detalhes na Seção 3.8) que "autocalibra" os parâmetros no decorrer do teste. Detalhes sobre BI e balanceamento de conteúdo encontram-se em Oliveira (2002).

3.6 A Estimação da Habilidade do Aluno

Existem algumas formas de estimar a habilidade θ do aluno em um Teste Adaptativo (TA): **Método da Máxima Verossimilhança**, **Método Bayesiano** (ambos, com detalhes em Morettin & Bussab (2003); Oliveira (2002); Lord (1980)) e **método de Newton-Raphson interativo modificado (NR)** (ver detalhes em (Lord, 1980)). Com destaque ao NR, o modelo é ajustado para estimar a habilidade do aluno, segundo as seguintes funções:

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i(\theta_n)}{\sum_{i=1}^{n} I_i(\theta_n)} \tag{3.5}$$

$$S_i(\theta) = [r_i - P_i(\theta)]\frac{P_i'(\theta)}{P_i(\theta)[1 - P_i(\theta)]} \tag{3.6}$$

onde:

- θ_n é a habilidade estimada após a n-ésima questão;
- $I_i(\theta)$ é a função C.1;
- $P_i(\theta)'$ é a derivada da função $P_i(\theta)$, que advém da escolha de um modelo apresentado na Seção 3.4;
- r_i recebe o valor 1 se a i-ésima questão estiver correta e 0 caso a questão estiver incorreta.

[3]No caso da TRI, são os parâmetros, a, b, c, d.

3.7 A Função de Informação de um Item

Segundo Baker (2001), por intermédio da TRI pode-se medir a quantidade de informação fornecida por um item dada a habilidade θ do aluno. Com isso obtém-se um gráfico denominado Função de Informação de um Item (FII), que quantifica a informação máxima de um item como uma curva padronizada de $P_i(\theta)$ por (θ) ($i = 1, 2, 3, \ldots$) dada pelas seguintes funções:

$$I_i(\theta) = \frac{(P_i'(\theta))^2}{P_i(\theta)\, Q_i(\theta)} \tag{3.7}$$

$$Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta) \tag{3.8}$$

onde

- θ é a habilidade estimada do aluno;
- $I_i(\theta)$ é a FII do item $i-$ésimo item, dada a habilidade do aluno;
- $P_i(\theta)$ é a probabilidade do aluno responder corretamente ao item i;
- $P_i'(\theta)$ é a derivada de primeira ordem da função $P_i(\theta)$.

Detalhes do funcionamento da FII encontram-se em Oliveira (2002);

3.8 O Algoritmo CBAT-2

Uma grande dificuldade de aplicar TAI's é realizar a calibração dos parâmetros dos itens. Huang (1996a) propõe o algoritmo *Content-Balanced Adaptive Testing* (CBAT-2), que soluciona o problema da calibração dos itens, eliminando um estudo empírico para a calibração de itens do teste. Huang (1996b) afirma que à medida que o aluno responde as questões, o algoritmo ajusta os parâmetros do itens, isto é, quanto mais vezes o teste é acessado, mais precisa é a calibração dos itens. Algumas características do CBAT-2 são destacadas:

Balanceamento de conteúdo: é assegurado que os itens selecionados podem cobrir todas as áreas do conteúdo (ver Seção componente);

Calibração dos itens de teste selecionados: Não requer um estudo empírico para a calibração dos itens do BI;

Seleção dos itens: selecionar itens do teste pode prover mais informação da avaliação, aumentando a eficiência e precisão do teste;

Segurança: seleção dos itens para teste não forma um padrão. Em uma seleção padrão – aquela em que a seleção dos itens são iguais para todos os alunos – existe um aumento das chances de adivinhações e trapaças;

Questões em múltiplas áreas do conteúdo: permite que uma questão seja associada com múltiplas áreas do conteúdo;

Dois níveis de avaliação: provê informações da avaliação de partes do conteúdo e do conteúdo global no teste.

Para realizar uma calibração com métodos estatísticos, necessita-se de um BI com um grande número de itens. Por essa razão, o CBAT-2 mostra-se uma possível solução da aplicação de TAI's em instituições de pequeno porte, pois requer um BI menor.

3.8.1 O Gerenciamento de Conteúdo

Em relação ao *Balanceamento de Conteúdo*, o CBAT-2 apresenta um sistema gráfico chamado *Hierarquia de Currículo* (*Curriculum Hierarchy*) (Huang, 1996b) que faz o mesmo papel de balancear o conteúdo dos itens do BI. Áreas do conhecimento podem ser associadas com as questões, fornecendo uma boa representação do curso por meio de tal hierarquia. Sua representação pode ser vista na Figura 3.3:

Cada área delimitada na Figura 3.3 é chamada de *Componente*, que representa o conteúdo em um certo nível. Segundo a Figura 3.3, as questões podem estar inseridas no *Conceito* (por exemplo, Conceito 1 a 5) quando o conteúdo tratado no item é especifico do domínio, como em um *Módulo* (por exemplo, a questão 1 e 2 estão associadas ao Módulo 1) quando o conteúdo tratado no item é mais genérico. Essas classificações dependem dos pesos numéricos estabelecidos para o Conceito e o Módulo. Para fins de padronização, pode-se considerar um mesmo peso para todos os Componentes. Considera-se somente no CBAT-2 dois níveis de informação – Módulos e Conceitos –, pois caso contrário, o teste pode tornar-se muito longo.

O algoritmo CBAT-2 consiste em três procedimentos: *Seleção das Questões*, *Estimação da Habilidade* e *Pontuação e Decisão mestra*. Segue os detalhes de cada procedimento (Huang, 1996b).

A Seleção das Questões

As questões no CBAT-2 são catalogadas por dois parâmetros da TRI: **nível de dificuldade** e **fator adivinhação** – respectivamente os parâmetros b e c. O parâmetro a apresenta algumas dificuldades na calibração e sua interpretação não é ainda compreendida corretamente (Huang, 1996b). Na definição dos parâmetros das questões, Huang (1996b) afirma que a seleção das questões pode ser dividida em duas etapas:

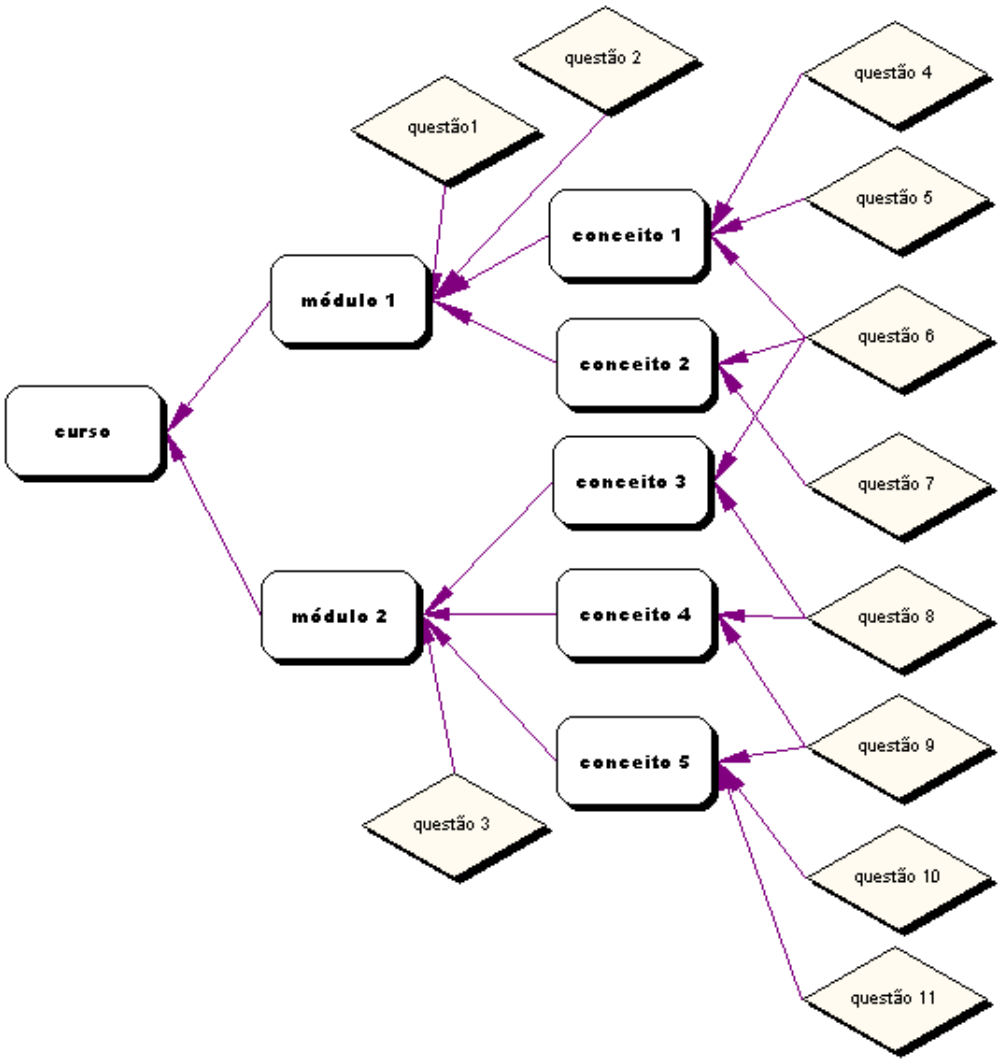

Figura 3.3: Áreas do conteúdo e questões em uma Hierarquia de Currículo (adaptada de Huang (1996b).)

1. **Decisão do Componente.** Esse primeiro passo consiste na decisão de qual componente a questão virá. Esse componente de trabalho é selecionado aleatoriamente dentre um conjunto de componentes candidatos, que em sua escolha não tem uma probabilidade igualitária dentre os outros componentes. Então entra em cena o peso do componente, que é dado pela seguinte fórmula:

$$\Upsilon_i = \frac{W_i}{\sum \left(\frac{W_i}{C_i} \right)} \tag{3.9}$$

onde Υ_i é a probabilidade da seleção do i-ésimo componente C_i, e cada W_i é o peso de cada C_i, com $i = 1, 2, 3, \ldots$.

2. **Seleção dos Componentes.** Consiste na seleção da questão dentre aquelas associadas aos componentes eleitos na etapa anterior. A questão é selecionada segundo critérios de informação sobre o item obtido pela FII apresentado na Seção 3.7. A FII da questão Q_i é baseada no ML3P, com a habilidade temporária θ'. Porém como no CBAT-2 tem-se somente dois parâmetros e utiliza-se uma FII de três parâmetros, como ajuste, adota-se o parâmetro $a = 1.2$ que, segundo Kingsbury and Weiss (1979) *apud* Huang (1996b), esse valor está próximo do valor médio da seleção das questões. Ressalta-se que o parâmetro a é aplicado somente no cálculo da FII. Assim, tem-se as seguintes fórmulas incorporadas ao CBAT-2:

$$\mu_i = \frac{20\omega_0 + \Phi_i}{20 + R_i + W_i} \tag{3.10}$$

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{n} k_j \; f(\theta'_j) \tag{3.11}$$

$$f(\theta'_j) = \frac{\theta'_j + 4}{8} \tag{3.12}$$

$$b_i = g(\mu_j) = 8\mu_j - 4 \tag{3.13}$$

$$c = \frac{1}{z} \tag{3.14}$$

onde

- μ_i é o nível de dificuldade da questão Q_i, o qual incorpora uma combinação da dificuldade inicial e histórico do aluno ;
- ω_0 é a dificuldade inicial da questão Q_i;
- Φ_i é a dificuldade acumulada por cada questão Q_i;
- R_i é o número de vezes que a questão Q_i foi respondida corretamente até o momento (de todos os testes anteriores);
- W_i é o número de vezes que a questão Q_i foi respondida incorretamente até o momento (de todos os testes anteriores);
- n é o número de respostas acumuladas da questão Q_i (de todos os testes anteriores) até o momento, com $n = R_i + W_i$;
- θ'_j é a habilidade temporária do aluno que concedeu a j-ésima resposta para a questão Q_i;

- k_j é um valor que assume $k_j = 0$ se a j-ésima resposta a Q_i for correta, e $k_j = 2$ se a j-ésima resposta de Q_i for incorreta;

- $f(\theta'_j)$ é uma função de normalização que converte o valor θ'_j do intervalo $[-4, 4]$ para o intervalo $[0, 1]$;

- $g(\mu_i)$ é uma função de normalização, que converte o valor μ'_i do intervalo $[0, 1]$ para o intervalo$[-4, 4]$. g é dita *função reversa* de f;

- O valor 20 é o fator de normalização de μ_i;

- b_i é o parâmetro dificuldade da questão Q_i;

- c é o parâmetro adivinhação;

- z é a quantidade de opções de resposta para as questões. Por exemplo: se for resposta do tipo verdadeiro ou falso então $z = 2$, se for resposta de múltipla escolha com quarto escolhas mutuamente exclusivas então $z = 4$. Adota-se $z = 4$ caso as respostas sejam dissertativas.

A Estimação da Habilidade no CBAT-2

A estimação da habilidade θ fornece subsídios para a possibilidade de medir o conhecimento do aluno. Com o θ estimado, faz-se a seleção da próxima questão para o aluno. Um estimador de habilidade temporário θ' faz-se necessário até o término do teste, o qual é recalculado a cada questão respondida pelo aluno. Ao final do teste, tem-se como resultado um valor θ final. Cada novo valor θ obtido é recalculado mediante o Método Bayesiano (Huang, 1996b).

Huang (1996b) afirma que pode-se ter estimadores de habilidade para cada conceito e para cada módulo, de forma que se tenha θ'_i para cada componente C_i em um sub-currículo do teste ($i = 1, 2, 3, \ldots$).

A Pontuação e a Decisão Mestra

As habilidades estimadas em cada componente no CBAT-2 podem ser convertidas em valores comparáveis com pontuações mais comuns obtidas com testes via lápis e papel (Huang, 1996b), como por exemplo a escala de 0 a 10. O TAI baseado no CBAT-2 terminará quando o aluno atingir um certo nível de habilidade pré-estabelecido pelo administrador do teste, ou quando o aluno realizar o número máximo de questões em cada componente do sub-currículo (Huang, 1996a).

3.9 Classificação dos TAI's

A Figura 3.4 mostra uma classificação dos TAI's, agrupados pelos modelos abordados nesse capítulo. Embora o CBAT-2 esteja em um mesmo nível hierárquico de classificação que a TRI, parte do CBAT-2 utiliza-se do ML3P, conforme a Seção 3.8.1.

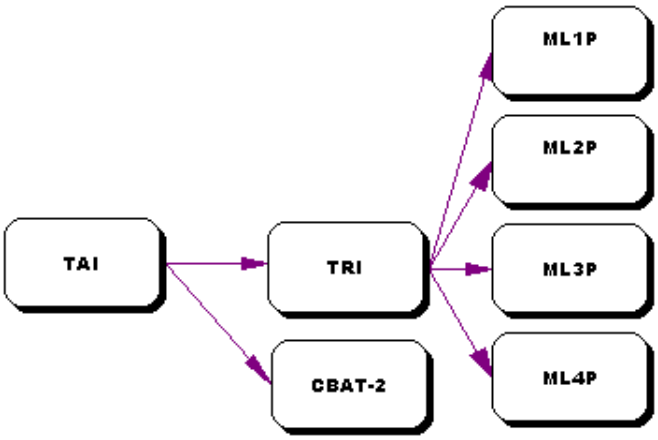

Figura 3.4: Uma classificação do TAI's.

Nesse capítulo foram abordados os principais tópicos relacionados com os Testes Adaptativos Informatizados (TAI's): a Teoria de Resposta ao Item (TRI), o Modelo Logístico de Um Parâmetro (ML1P), o Modelo Logístico de Dois Parâmetros (ML2P), o Modelo Logístico de Três Parâmetros (ML3P), o Modelo Logístico de Quatro Parâmetros (ML4P), o Banco de Itens (BI), o algoritmo *Content-Balanced Adaptive Testing* (CBAT-2) e a Função de Informação de um Item (FII).

O Capítulo 4 trata da estrutura e funcionamento de um TAI implementado, assim como resultados inerentes a dois experimentos realizados com mestrandos do ICMC-USP, os quais remetem na calibração do BI para o domínio do inglês instrumental, parte de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no ICMC-USP.

Capítulo 4

Estrutura e Implementação do Teste Adaptativo Informatizado

Parte da pesquisa de Gonçalves (2003) foi o planejamento e desenvolvimento de um TAI denominado ADEPT, durante os meses de junho, julho e agosto de 2003. O sistema foi implementado na linguagem *PHP* [1] (interface WWW) e BI em *MySQL* [2]. Além disso houve uma implementação na linguagem C do código CBAT-2 adaptado. Nas seções seguintes, apresenta-se o funcionamento do ADEPT, assim como sua estrutura.

4.1 A Base de Itens

Em termos de dados da base, os itens do BI são as questões das provas do EPI do ICMC-USP referentes aos anos de 2001, 2002 e 2003, em um total de 5 exames distribuídos entre a Computação, Matemática Computacional e Estatística que totalizaram 30 provas com aproximadamente 20 questões cada. A inserção, contabilização e filtragem dos itens na base foi realizada pelo autor dessa pesquisa, totalizando 140 questões *sem reuso*, ou seja, não existem questões ou textos com repetição no BI.

4.2 O Domínio do Conhecimento

O EPI para o mestrado do ICMC-USP procura avaliar os alunos ingressantes quanto a compreensão do texto, a habilidade de reconhecer tipos de textos científicos em inglês, com a estrutura e convenções da língua que lhes são características. O EPI possui quatro módulos:

[1] http://br.php.net
[2] http://www.mysql.com

- **Módulo 1 - Convenções da Língua Inglesa.** Aborda a morfologia, o vocabulário, a sintaxe, os tempos verbais e os marcadores de discurso; utilizados nas partes de cada seção de um artigo científico em inglês. Atualmente esse Módulo é dividido em duas *Partes*: **Gap** e **Purpose**;

- **Módulo 2 - Estrutura do Texto.** Trata das funções de cada seção de um artigo. Atualmente esse Módulo é dividido em duas *Partes*: **Introduction** e **Abstract**;

- **Módulo 3- Compreensão do Texto.** Trata da compreensão e do reconhecimento das relações entre as idéias contidas em uma seção de um artigo. Esse Módulo é composto somente pela *Parte* **Comprehension**;

- **Módulo 4 - Estratégias de Escrita.** Aborda estratégias de escrita como, por exemplo, definições, descrições, classificações e argumentações. Atualmente esse Módulo é dividido em duas *Partes*: **Setting** e **Review**.

As questões do ADEPT são todas compostas por **três alternativas de resposta**, sendo apenas **uma** delas a correta. As questões do Módulo 1 e 4 são simples, ou seja, são independentes (Figura 4.1 e Figura 4.2).

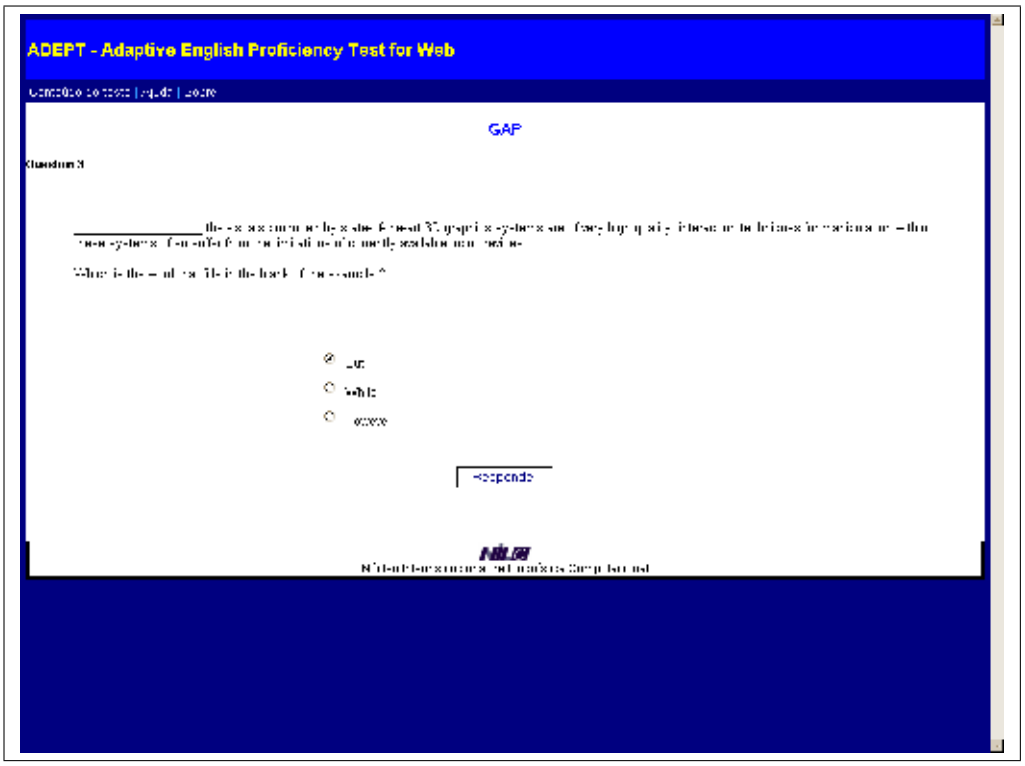

Figura 4.1: Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Gap*.

Figura 4.2: Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Setting*.

Já os Módulos 2 e 3 são compostos por questões dependentes, relacionadas com um texto em inglês (Figura 4.3, Figura 4.4 e Figura 4.5). Esse tipo de questão é denominada *testlet* (detalhes em Oliveira (2002)).

Figura 4.3: Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Comprehension*.

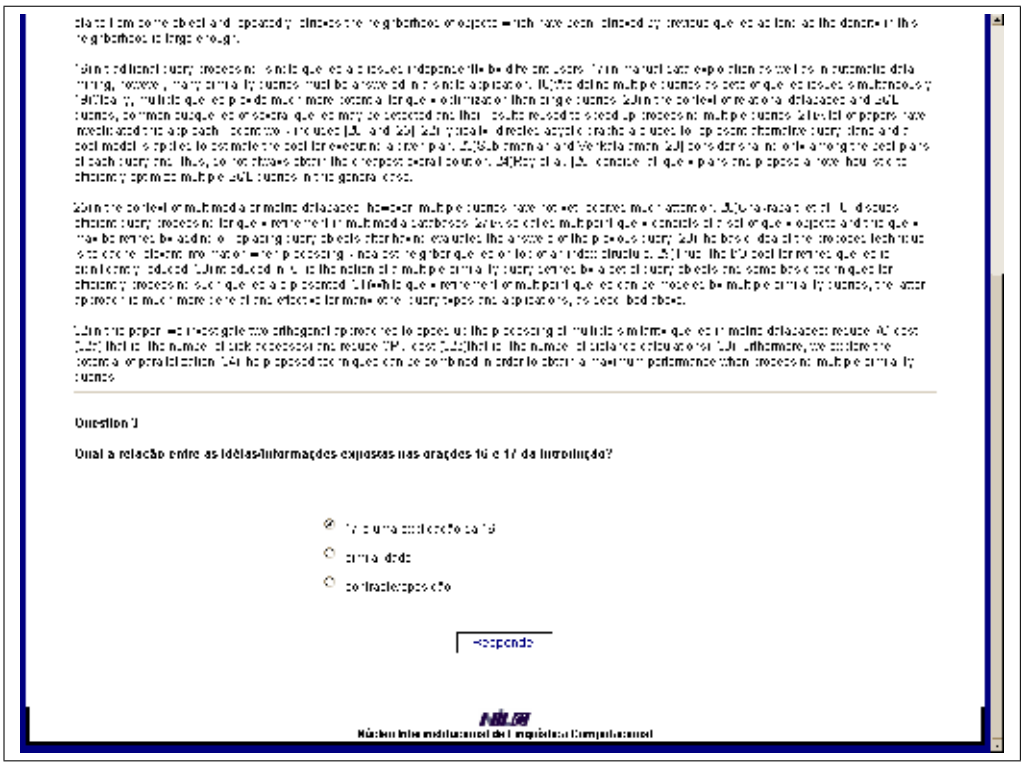

Figura 4.4: Continuação da tela de uma questão do ADEPT da Parte *Comprehension*.

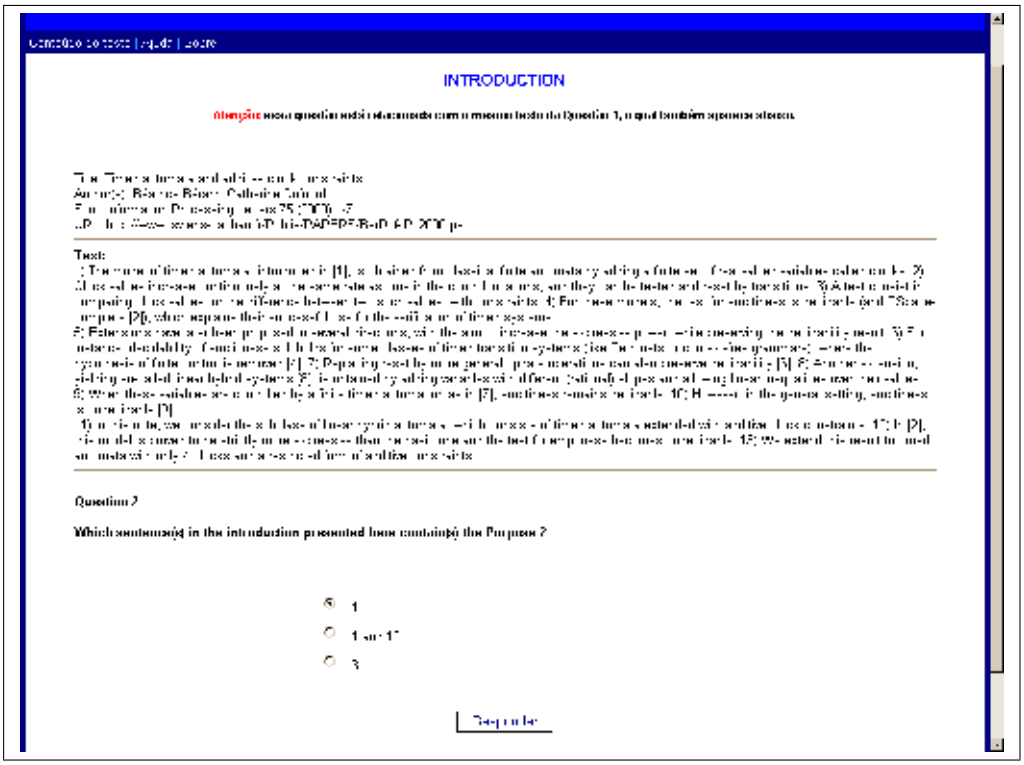

Figura 4.5: Tela de uma questão do ADEPT da Parte *Introduction*.

Para a realização de cada Módulo adotou-se o parâmetro $\theta = 0.0$, ou seja, ao término de cada Módulo o θ é reiniciado com tal valor, e conseqüentemente inicia-se um novo Módulo. A Tabela 4.1 mostra a distribuição das partes de cada Módulo no BI.

Tabela 4.1: Número de questões armazenadas na base de dados do ADEPT.

Módulo	Parte	Número de itens
1	Gap	38
1	Purpose	10
2	Introduction	24
2	Abstract	36
3	Comprehension	18
4	Setting	12
4	Review	2

4.3 Expansão do ADEPT

Para o desenvolvimento do ADEPT foi considerado o fator *expansão do sistema*, ou seja, futuramente poderá haver a necessidade de inserir novas Partes ou mesmo mais questões para o BI. Para isso, basta acrescentar as instruções sobre as novas Partes, as novas questões no BI e

um campo nas informações do *login* de aluno. O ADEPT permite o máximo de 9999 questões, de 9 Módulos e de 9 Partes por cada Módulo.

4.4 Critérios de Parada do Teste

Uma importante etapa na elaboração e execução de um TAI é o critério de parada (ver Seção 3.1). Foram adotados dois critérios de parada para os testes:

1. Número mínimo e máximo de questões respondidas por cada Módulo do teste. A Tabela 4.2 mostra esses números;

2. Número mínimo e máximo para o parâmetro θ, o qual foi estabelecido segundo Baker (2001) respectivamente $-3,0$ e $3,0$.

Tabela 4.2: Número mínimo e máximo de questões respondidas por cada Módulo do teste.

Módulo	**Mínimo**	**Máximo**
1	3	6
2	3	6
3	3	6
4	3	6
total	12	24

Foi estabelecido para o teste uma hierarquia nos critérios de parada, sendo priorizado o número mínimo de questões realizadas pelo aluno por Módulo. Ou seja, quando um aluno obtiver um valor $\theta \leq -3.0$ ou $\theta \geq 3.0$, porém ainda não atingiu um número mínimo de questões respondidas no Módulo, este não encerrará até que seja atingido o mínimo de questões respondidas.

4.5 Cálculo da Nota Final

O parâmetro θ é calculado segundo os resultados parciais θ_1, θ_2, θ_3 e θ_4, que pertencem respectivamente ao Módulo 1, Módulo 2, Módulo 3 e Módulo 4. A partir dos valores parciais obtidos em cada Módulo do teste, obtém-se o θ segundo a seguinte equação:

$$\theta = \theta_1 * 0.15 + \theta_2 * 0.30 + \theta_3 * 0.30 + \theta_4 * 0.25 \tag{4.1}$$

Tabela 4.3: Peso de cada módulo para o TAI.

Módulo 1	15%
Módulo 2	30%
Módulo 3	30%
Módulo 4	25%

4.6 Alterações Realizadas no CBAT-2

O algoritmo CBAT-2 trata de um TAI em que há uma autocalibração dos itens da base. Embora o artigo de Huang (1996b) cite o nome algoritmo, não há o algoritmo propriamente descrito, ou seja, há somente algumas fórmulas e citações de outras fórmulas à outros autores. Por isso, fez-se necessária uma imersão e compreensão de cada fórmula mencionada em Huang (1996b) a partir dos estudos de Lord (1980) e Baker (2001). Assim, as Seções **??** mostram as escolhas e alterações realizadas para o CBAT-2. O projeto do algoritmo do CBAT-2 encontra-se no Apêndice C (fazer).

4.6.1 Seleção dos Itens no ADEPT

Para a seleção de um item, primeiramente calcula-se a FII (Seção 3.7) do ML3P com $D = 1.7$ (Seção 3.4.3). Após calculado o valor de $I_i(\theta)$ para cada $i-$ésima questão, busca-se o maior valor calculado ($I_i(\theta) = max$) e seleciona-se a $i-$ésima questão associada. Considerou-se $\Upsilon_i = 1$ (Seção 3.8.1), pois as questões do BI têm o mesmo peso.

4.6.2 Estimativa da Habilidade do Aluno

Huang (1996b) sugere a estimativa do parâmetro θ (habilidade do aluno) segundo o *Método Bayesiano* (Owen (1975) *apud* Huang (1996b)), que é um método analítico de calibração. Porém, sabe-se que implementar métodos analíticos pode ser uma tarefa difícil e cara.

Sendo assim, a Seção 3.6 propõe alguns métodos para estimar θ, dentre eles destaca-se o método de Newton-Raphson interativo modificado. Por ser um método numérico e com convergência confirmada (ver livro de cálculo nume;'rico), foi escolhido.

4.7 Estrutura do ADEPT

O sistema está dividido em três módulos principais (ver Figura 4.6), que comunicam-se por linha de comando, leitura e escrita de arquivos e chamada em tempo de execução no código fonte:

- No **Núcleo do Teste (módulo 1)** encontra-se a implementação da TRI e do CBAT-2, desenvolvido na linguagem C. Essa escolha deve-se essencialmente à potencialidade da linguagem frente à manipulação de fórmulas, aritmética de ponto flutuante e rapidez na execução de um código que envolve muitos laços e fórmulas com muitas variáveis. Aqui ocorre a *seleção do próximo item*, a *calibração dos itens da base* e a *estimação da habilidade do aluno*. Todos os dados referentes ao percurso (parâmetros) de cada aluno que realizou o TAI estão presentes no **log em arquivos**.

- Na **Interface WWW (módulo 2)** a interação com o sistema dá-se pelo navegador, por meio da linguagem PHP. Esse é o módulo que realiza o papel da comunicação entre o Banco de Dados (é o BI onde estão armazenados os dados dos alunos, questões, textos e informações adicionais para o sistema) e o Núcleo do Teste.

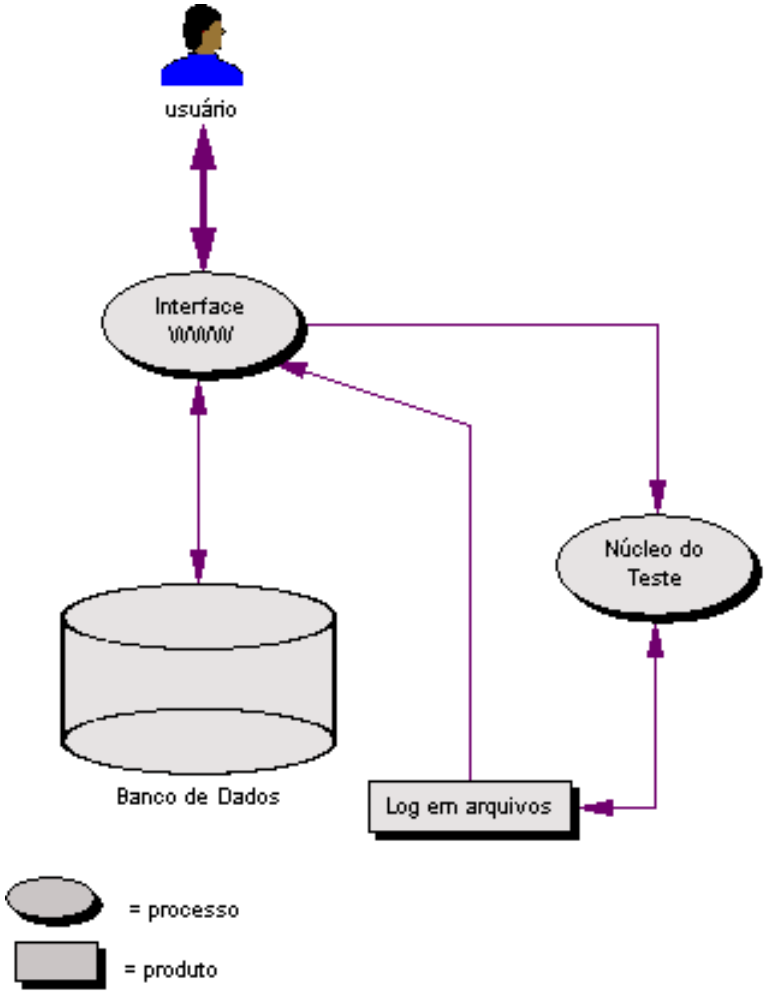

Figura 4.6: A estrutura do ADEPT.

Os módulos interagem para que o sistema possa calibrar os itens da base, selecionar as questões ao aluno, criar a depuração do aluno em cada teste realizado em tempo de execução. O aluno pode utilizar o TAI somente mediante uma autenticação por meio de *login* e senha, cadastrados pelo administrador do sistema.

A Figura 4.7 esquematiza o funcionamento do TAI implementado segundo as estruturas definidas por módulos seguido de uma descrição de cada etapa do funcionamento do teste:

- O aluno, após a autenticação, inicia o teste em **(1)**;
- Em **(2)** seleciona-se o Módulo X do EPI (que pode ser 1, 2, 3 ou 4) e inicia-se as questões relativas ao módulo selecionado;
- **(3)** seleciona a questão, a partir do θ e parâmetro b do BI;
- Ocorre a exibição da questão selecionada em **(4)**;

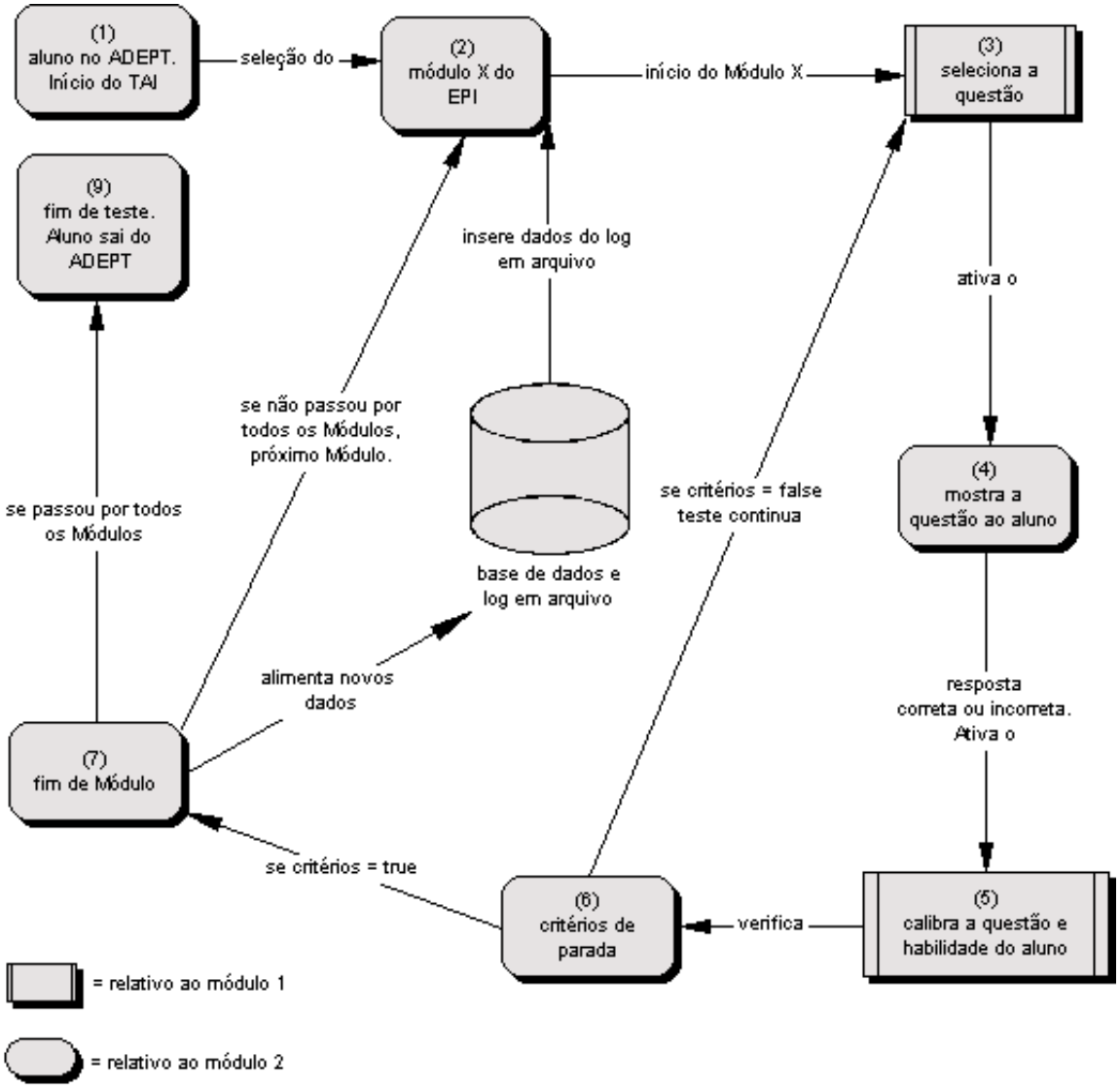

Figura 4.7: A estrutura e funcionamento do ADEPT.

- O aluno responde a questão e **(5)** calibra os parâmetros relativos à questão selecionada e à habilidade do aluno. Os dados são gravados em arquivo texto, e após o término do Módulo, esses dados retornam ao *Bloco 3*;

- Verifica-se em **(6)** se os critérios de parada são satisfeitos. Caso não sejam, o sistema é direcionado para **(3)**, repetindo o processo até que um dos critérios de parada seja satisfeito;

- Em caso de **(6)** verdadeiro, termina-se o Módulo X, desencadeando a atualização do *Bloco 3* (base de dados), e caso ainda restem outros Módulos para o aluno realizar, o processo inicia-se em **(2)**;

- Se o aluno passou por *todos* os Módulos do EPI, então o sistema interpretará como fim de teste **(9)**, realizando o cálculo do θ final do aluno assim como sua nota final de teste.

Essa configuração do sistema garante que o teste seja robusto e faça o menor número de acessos a base de dados, já que o carregamento dos dados ocorre somente ao fim de cada Módulo e também os cálculos mais complexos, são realizados pelo *Bloco 2* que garante uma rapidez devido ao código fonte na linguagem C. O sistema também possui informações relativas ao conteúdo ministrado pelo teste e alguns tópicos de ajuda sobre a utilização do sistema.

O Capítulo 5 trata dos experimentos realizados com o TAI desenvolvido e descrito nesse capítulo.

Capítulo 5

Experimentos Realizados

Esse capítulo trata da descrição e análise de dados de dois experimentos realizados com o TAI descrito no Capítulo 4. Foram selecionados **dois** grupos específicos de alunos de mestrado do ICMC-USP, que ingressam na instituição nos anos de 2002 e 2003. O teste ficou disponível por um período de cinco dias, no qual foi possível a realização qualquer horário do dia. Isso possibilitou uma flexibilidade do aluno em relação ao seu horário cotidiano.

O Experimento 1 (EXP1) foi realizado em um primeiro momento com alunos de mestrado reprovados no EPI da instituição no primeiro semestre de 2003. Já o Experimento 2 (EXP2) foi realizado em um momento posterior ao EXP1 com alunos de mestrado aprovados no EPI do ICMC-USP, que utilizaram o BI calibrado pelos alunos do EXP1.

5.1 Objetivos dos Experimentos

Os principais objetivos da realização dos experimentos no TAI são:

- Obter uma calibração inicial dos parâmetros dos itens do BI;
- Levantar algumas conjeturas acerca da realização de TI's e seus pontos positivos e negativos;
- Obter dados numéricos para uma análise do comportamento de funções e equações inerentes ao CBAT-2 e ao ML3P;

5.1.1 Carta de Solicitação

Para a convocação dos alunos, foram remetidas cartas de solicitação (onde X e Y são respectivamente as datas inicial e final, que variam conforme as datas estipuladas para cada experimento) para a realização do TAI.

Carta de solicitação de colaboração voluntária para um experimento científico
Eu, Jean Piton Gonçalves, aluno de mestrado dessa instituição, venho por meio dessa solicitar uma colaboração voluntária para um experimento científico referente a minha pesquisa.
Parte de minha pesquisa é o desenvolvimento de um Teste Adaptativo Informatizado (TAI) para o aprendizado do inglês instrumental. O TAI é um tipo de teste em que as questões são selecionadas conforme o nível de habilidade estimado do aluno, ou seja, a próxima questão a ser selecionada depende da resposta dada a anterior, com isso, temos um teste individualizado.
O teste adaptativo poderá ser acessado no endereço http://www.nilc.icmc.usp.br/capteap/ clicando o botão "Teste Adaptativo Informatizado", podendo ser realizado a partir das 12:00h do dia *X* até as 12:00h do *Y*. O tempo de teste é variável; o número de questões do teste depende do seu desempenho durante a realização do teste (em um intervalo de 12 a 24 questões). O assunto englobado no teste é o mesmo da prova de proficiência em inglês do ICMC, podendo ser considerado como preparatório para esse exame.
Ressalto que para a análise dos dados, será mantido o anonimato.
Para participar desse experimento, envie um e-mail para jpiton@icmc.usp.br com as seguintes características:
Subject: Quero participar do Teste Adaptativo Coloque seu numero USP
Atenção: uma vez acessado o teste nas datas estipuladas, o mesmo não poderá ser acessado novamente, ou seja, tem-se apenas uma única oportunidade para realizar o teste.
Agradeço a colaboração
Atenciosamente: Jean Piton Gonçalves

5.1.2 Notações para as Tabelas

Cada questão do BI é composto por por seis parâmetros, sendo eles:

- a**,** b**,** c são respectivamente os parâmetros discriminação, dificuldade e adivinhação da TRI, descritos na Seção 3.3;
- W**,** R são respectivamente o número de respostas incorretas e corretas dos alunos que realizaram a questão (ver Seção 3.8);
- Φ é a dificuldade acumulada na questão (Φ, ver Seção 3.8).

Para efeitos de análise, foi calculado a *nota média* ($\overline{nt}$), que representa a média aritmética das notas do grupo de alunos que realizaram um teste, dada pela fórmula:

$$\overline{nt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{nt_i}{n} \tag{5.1}$$

, onde nt_i é a nota do $i-$ésimo aluno e n é o número de alunos do grupo.

5.2 Experimento Número 1

O EXP1 foi realizado no período de 15 a 19 de setembro de 2003, com 12 alunos de mestrado do programa de Ciências da Computação e Matemática Computacional do ICMC-USP que foram reprovados no EPI da instituição. A seqüência da apresentação dos Módulos do EPI ao aluno foram: Módulo 2, Módulo 3, Módulo 4 e Módulo 1. A Figura 5.1 mostra tal seqüência.

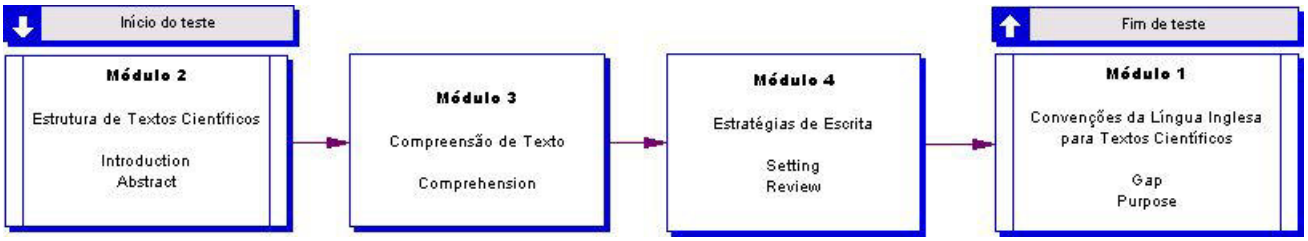

Figura 5.1: Seqüência de apresentação dos Módulos ao usuário no experimento 1.

Anterior à realização do experimento, a orientadora da pesquisa de mestrado, Profª Drª Sandra Maria Aluísio, estimou o parâmetro b inicial das 140 questões (Tabela A.1 do Apêndice A). Para classificar o parâmetro b, o especialista (orientadora) dividiu as questões em quatro classes hierárquicas:

Tabela 5.1: Tabela das classes do parâmetro b

Classe	**Parâmetro** b
Difícil	2.5
Médio	1.0
Fácil	-1.0
Muito Fácil	-2.5

Para a referida classificação, considera-se a experiência do especialista (orientadora), com $-3.0 \leq b \leq 3.0$.

5.2.1 Análise dos Itens da Base do Experimento 1

No EXP1, foram calibradas 51 questões, sendo atualizados apenas os parâmetros b, W, R e Φ. Os parâmetros a e c são fixados respectivamente em 1.2 e 0.333333 (ver Seção 3.8), portanto não sofreram calibração. A Tabela 5.2 mostra o número de questões calibradas por Módulo.

Tabela 5.2: Quantidade de questões calibradas por Módulo e Parte no experimento 1.

Módulo	**Parte**	**Calibradas**
1	Gap	17
1	Purpose	0
2	Introduction	10
2	Abstract	2
3	Comprehension	12
4	Setting	10
4	Review	0

Para as partes Purpose e Review não houve nenhuma questão calibrada, porque as questões foram classificadas como *Médio*, e como os alunos iniciavam o teste com questões de nível *Fácil*, então não puderam nesse experimento receber tais questões. Houve 12 questões em que a calibração acarretou o acréscimo do parâmetro b e 39 questões sofreram decréscimo. As questões número de 147 e 148 tiveram 9 acessos, sendo esse valor o máximo de acessos em uma questão; por outro lado houve 16 questões com apenas 1 acesso cada. Houve 89 questões que não sofreram nenhum acesso, portanto, não houve calibração de nenhum parâmetro.

Para efeitos de análise, as questões número 2, 30, 54 e 62 apresentam uma calibração numericamente considerável. Considerando a diferença absoluta entre o parâmetro b das questões iniciais e calibradas mostradas na Tabela 5.3, todas as questões sofreram mudanças quanto à sua classe de dificuldade, ou seja, as questões número 2 e 30 tiveram seu parâmetro b acrescidos em relação a ω_0 (b da base inicial) e as questões de número 54 e 62 sofreram decréscimo em b. Certamente que os parâmetros W, R e Φ influenciaram nessas mudanças, porém não pode-se dizer ou mesmo estabelecer uma relação "linear", isto é, dizer que o valor Φ da questão 30 é maior, e por isso houve acréscimo. Se assim fosse, a questão 62 sofreria acréscimo e não decréscimo. Observando-se os valores obtidos para o parâmetro Φ, observa-se que, embora a questão esteja calibrada, $\Phi = 0$.

Isso é decorrente da forma como é calculado o valor Φ, que incrementa valores caso o aluno forneça uma resposta incorreta à questão, ou permanece inalterado caso o aluno forneça uma resposta correta. Nas questões do BI que apresentam tal fato, $W = 0$ e $R \geq 1$.

Por isso é importante destacar que o comportamento da calibração dos itens não pode ser focado ou atribuído à um parâmetro especificamente, mas sim à um grupo de parâmetros que

conjuntamente contribuem para re-estimar b a cada vez que a questão é respondida. Além disso, o parâmetro θ e a resposta do aluno à questão (correta ou incorreta) também estão contidos na calibração do b.

Tabela 5.3: Diferença absoluta entre o parâmetro b das questões iniciais e calibradas no experimento 1.

ID da questão	ω_0	b	**Diferença absoluta**
2	-2,5	-2,30026	0,199740
54	-1	-2,246780	1,246780
30	1	1,730950	0,730950
62	2,5	2,005210	0,494790

Um fato importante do TAI baseado no CBAT-2 é que para a seleção da próxima questão ao aluno, leva-se apenas em consideração os parâmetros ω_0 e θ (ver Seção 3.8). Portanto, os parâmetros W, R e Φ contribuem somente para a estimação do novo parâmetro dificuldade b.

5.2.2 Análise dos Alunos do Experimento 1

Foram extraídos alguns dados sobre cada aluno: tempo de teste (em horas), o parâmetro θ, nota final normalizada na escala de $0,00$ a $10,00$, número de questões respondidas (nq). A Tabela 5.4 mostra os resultados obtidos de cada aluno, aqui denotado por AX (aluno X). Por exemplo, o $A1$ foi o primeiro aluno que realizou o teste e o $A5$ foi o quinto aluno que realizou o teste. Já a Tabela 5.5 mostra alguns valores máximos e mínimos do teste, por exemplo, a maior nota foi do aluno $A5$ que teve o maior tempo de teste e o menor tempo de teste foi do $A4$ que teve a menor nota.

Da Tabela 5.4 selecionou-se três alunos para uma análise de seus resultados. Esses alunos são classificados segundo seus níveis de conhecimento obtidos pela nota no teste, que são maior nota, nota média (calculada em $3,66$, ver fórmula 5.1) e menor nota - respectivamente os alunos $A5$, $A12$ e $A4$. As Tabelas B.1, B.2 e B.3 do Apêndice B apresentam dados da trajetória dos alunos mediante o TAI.

A Tabela 5.6 mostra os parâmetros θ parciais, ou seja, o parâmetro habilidade ao final de cada Módulo. Com isso, observa-se que o $A5$ teve dificuldades na realização do teste no Módulo 3, assim como $A4$ teve dificuldades nos Módulos 2,3, e 4. O $A12$ teve dificuldades ao realizar o Módulo 4. O melhor resultado foi o $A5$ no Módulo 2 com θ máximo.

Tabela 5.4: Dados de cada aluno no experimento 1.

aluno	θ	**nota**	**tempo**	**nq**
A1	-2,179950	1,37	0:56	23
A2	0,113540	5,19	0:34	19
A3	-2,063260	1,56	0:33	19
A4	-2,657850	**0,57**	0:17	17
A5	0,890124	**6,48**	2:04	23
A6	-2,145110	1,42	0:34	18
A7	-0,345111	4,42	0:38	19
A8	-1,222150	2,96	0:33	15
A9	-0,479210	4,20	0:29	22
A10	0,449445	5,75	0:55	18
A11	0,559544	5,93	0:58	22
A12	-0,541687	**4,10**	1:03	24

Tabela 5.5: Valores máximos e mínimos do teste referentes aos alunos envolvidos no experimento 1.

Maior nota	6.48
Menor nota	0.57
Maior tempo de teste	2:04h
Menor tempo de teste	0:17h
Maior número de questões respondidas	24
Menor número de questões respondidas	15

Tabela 5.6: Dados dos alunos 5, 12 e 4 no experimento 1.

	$A5$	$A12$	$A4$
Módulo 1 - θ_1	1,793640	0,161365	-0,718999
Módulo 2 - θ_2	3,000000	0.812209	-3,000000
Módulo 3 - θ_3	-2,257890	-0.893115	-3,000000
Módulo 4 - θ_4	1,713780	-2.166480	-3,000000
Final - θ	0,890124	-0.541687	-2,657850
Nota final [0,10]	6,48	4.10	0,57
Questões respondidas	23	24	17

5.3 Experimento Número 2

O EXP2 foi realizado no período de 25 a 30 de setembro de 2003 em diferentes horários no dia, por 9 alunos aprovados no EPI para o mestrado de Ciências Matemáticas e Matemática Computacional do ICMC-USP. A seqüencia da apresentação dos Módulos ao aluno foram: Mó-

dulo 1, Módulo 2, Módulo 4 e Módulo 3. A Figura 5.2 mostra tal seqüencia, que sofreu uma mudança em relação ao EXP1, justificada na Seção 5.4.2.

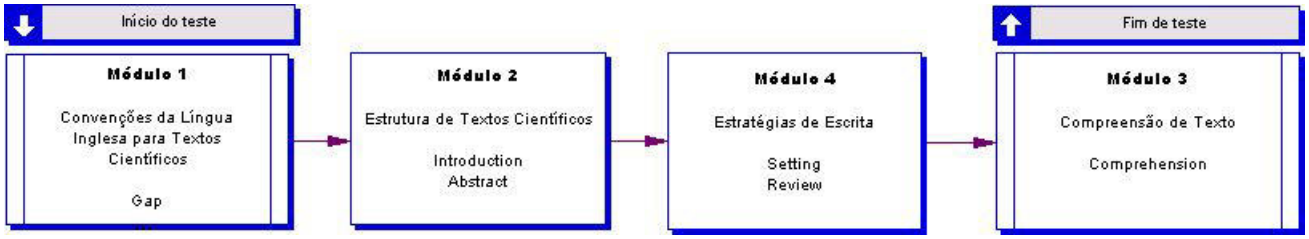

Figura 5.2: Seqüência de apresentação dos Módulos ao usuário no experimento 2.

A base de itens selecionada para a realização do EXP2 é a base calibrada no EXP1. Portanto, toma-se como referência inicial a base de dados apresentada na Tabela A.2 do Apêndice A.

5.3.1 Análise dos Itens da Base do Experimento 2

O EXP2 apresentou 57 questões calibradas estritamente nesse experimento, e duas situações de calibração:

1. 33 questões foram calibradas primeiramente no EXP1 e a seguir no EXP2;

2. 15 questões foram calibradas no EXP2 mas não estavam calibradas no EXP1;

3. 9 questões foram calibradas apenas no EXP1.

De fato, esperou-se que algumas questões fossem recalibradas, outras calibradas pela primeira vez e algumas apenas calibradas no EXP1. Esses resultados foram obtidos das Tabelas A.2 e A.3 do Apêndice A. Em termos da calibração dos itens, foram modificados apenas os parâmetros b, W, R e Φ. Houve 19 itens da base de questões que sofreram um acréscimo no parâmetro b, e outros 38 um decréscimo.

Tabela 5.7: Quantidade de questões calibradas por Módulo e Parte no experimento 2.

Módulo	Parte	Calibradas
1	Gap	16
1	Purpose	4
2	Introduction	10
2	Abstract	4
3	Comprehension	10
4	Setting	12
4	Review	1

As questões que foram mais acessadas foram 138, 139 e 51 contabilizadas em 9 acessos cada. Por outro lado, 16 questões contabilizaram 1 acesso durante o decorrer do experimento EXP2. Em 83 questões não foi contabilizado nenhum acesso.

Verificando o parâmetro b de alguns itens, vê-se que as questões número 51 e 63 apresentam uma diferença absoluta considerável, que acarretou uma mudança na classe do parâmetro b (ver Tabela 5.8), obtendo um decréscimo no valor de b em relação à base inicial.

Tabela 5.8: Diferença absoluta entre o parâmetro b do experimento 1 (ω_0) e experimento 2 (b).

ID da questão	ω_0	b	**Diferença absoluta**
51	-1,201540	0,125059	1,326599
62	2,005210	0,557256	1,447954
63	2,123130	2,146500	0,023370

5.3.2 Análise dos Alunos no Experimento 2

A Tabela 5.9 mostra os resultados globais acerca de cada aluno. Já a Tabela 5.10 mostra alguns valores máximos e mínimos do teste.

Tabela 5.9: Dados de cada aluno no experimento 2.

aluno	θ	**nota**	**tempo**	**nq**
A1	-0,770247	3,72	0:19	18
A2	2,361550	**8,94**	0:20	20
A3	-1,658780	2,24	0:56	20
A4	0,266392	**5,44**	0:19	19
A5	-0,653473	3,91	0:24	22
A6	-2,157560	**1,40**	0:13	18
A7	0,973298	6,62	0:19	19
A8	-1,491180	2,51	0:15	18
A9	-1,843630	1,93	0:19	21

Da Tabela 5.9 selecionou-se três alunos para análise de seus resultados. Os alunos são classificados segundo seus níveis de conhecimento obtidos pela nota no teste, que são maior nota, nota média (calculada em $4,08$, ver fórmula 5.1) e menor nota - respectivamente os alunos $A2$, $A4$ e $A6$. As Tabelas B.4, B.5 e B.6 do Apêndice B apresentam dados da trajetória dos alunos mediante o TAI. A Tabela 5.11 mostra os parâmetros θ parciais, ou seja, o parâmetro habilidade ao final de cada Módulo. Com isso, o $A2$ obteve um θ máximo nos Módulos 1, 2 e 3, assim como $A4$ nos Módulos 1 e 2. Um outro fato é que o $A2$, o $A4$ e o $A6$ tiveram dificuldades na realização do Módulo 4.

Tabela 5.10: Valores máximos e mínimos do teste referentes aos alunos envolvidos no experimento 1.

Maior nota	8,94
Menor nota	1,40
Maior tempo de teste	0:56h
Menor tempo de teste	0:13h
Maior número de questões respondidas	22
Menor número de questões respondidas	18

Tabela 5.11: Dados dos alunos 2, 4 e 6 no experimento 2.

	$A2$	$A4$	$A6$
Módulo 1 - θ_1	3,000000	3,000000	0,368940
Módulo 2 - θ_2	3,000000	3,000000	-3,000000
Módulo 3 - θ_3	3,000000	-3,000000	-1,876330
Módulo 4 - θ_4	0,446207	-0,734432	-3,000000
Global - θ	2,361550	0,266392	-2,157560
Nota final [0,10]	8,94	5,44	1,40
Questões respondidas	20	19	18

5.4 Resultados Comparativos - Experimentos Número 1 e 2

Nessa seção destaca-se uma análise comparativa entre o EXP1 e EXP2, em termos das questões da base e dos alunos frente ao TAI, considerando que as mudanças na seqüencia de exposição dos Módulos do EPI, do EXP1 para o EXP2. Isso deve-se o *diagrama de conteúdo do EPI* (Figura 5.3). Esse mostra que *Introduction* engloba todos os outros conteúdos, que *Comprehension* engloba *Gap*, *Purpose*, *Setting* e *Review of Literature*. A mudança na seqüencia da avaliação buscou mostrar as implicações entre iniciar por um conteúdo mais “complexo” ou por um mais “simples”.

5.4.1 Análise dos Itens da Base

Um dado considerado é o número de questões calibradas por Módulo, na qual foram calibradas as Partes *Purpose* e *Review* (ver Tabela 5.7) que no EXP1 não foram calibradas (ver Tabela 5.2. Assim, no EXP2 completou-se a calibração de todas as Partes.

Na Tabela 5.12 apresenta-se as questões em que as respostas foram unânimes quanto ao número de corretas e incorretas. Assim, as questões número 14, 131 e 149 foram respondi-

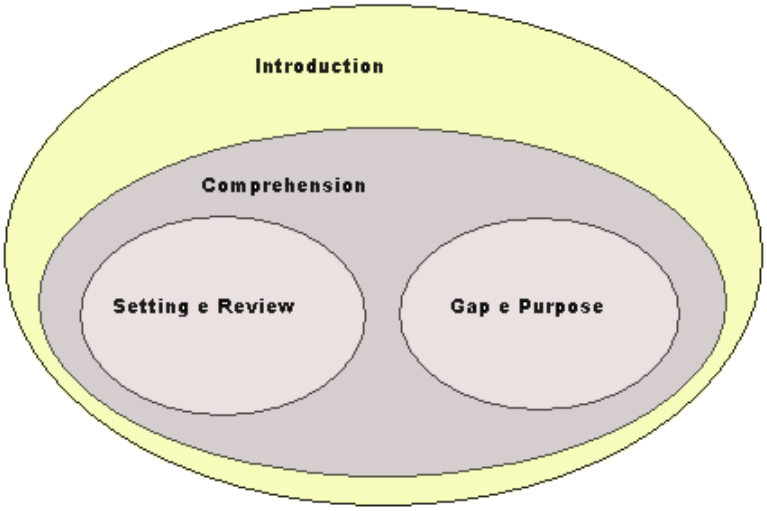

Figura 5.3: Diagrama de conteúdo do EPI.

das corretamente, não apresentando nenhuma resposta incorreta; e por outro lado, as questões número 57 e 133 têm todas as questões respondidas incorretamente pelos alunos.

Tabela 5.12: Questões que os alunos responderam totalmente corretas e totalmente incorretas. ω_0 é o b inicial, anterior ao experimento 1.

ID da questão	ω_0	b	**Incorretas**	**Corretas**	Φ
14	1,000000	-1,455650	0	6	0,000000
131	-1,000000	-2,227830	0	6	0,000000
149	-1,000000	-2,954100	0	13	0,000000
57	1,000000	1,595630	2	0	2,835490
133	1,000000	1,200680	1	0	1,369060

Os valores do parâmetro dificuldade obtidos segundo a Tabela 5.12 estão procedentes com a proposta de calibração, ou seja, nota-se que as questões número 14, 131 e 149 somente foram respondidas corretamente pelos alunos, o que propiciou uma queda no parâmetro dificuldade b. Já as questões 57 e 133 tiveram o b acrescido devido as respostas incorretas. O valor $\Phi = 0,000000$ esta presente nas questões que foram respondidas incorretamente, valor decorrente da função Φ. Desse cenário, extrai-se algumas conjecturas:

- Se a diferença entre o número de vezes que a questão foi respondida corretamente e incorretamente for positiva, então o parâmetro b sofrerá um decréscimo, ou seja, a questão está se tornando cada vez mais “fácil” a medida que os alunos mais acertam que erram a questão;

- Se maior a diferença entre o número de vezes que a questão foi respondida corretamente e incorretamente for negativa, então o parâmetro b sofrerá um acréscimo, ou seja, a questão tende a tornar-se mais "difícil" a medida que os alunos mais erram que acertam a questão.

Um conjunto de dados importante é o número de questões calibradas somando-se o EXP1 com o EXP2, presente na Tabela 5.13. A Tabela 5.14 mostra os resultados globais de ambos experimentos.

Tabela 5.13: Número de questões calibradas do experimento 1 e experimento 2 por Parte em cada Módulo.

Módulo	**Parte**	**Calibradas**
1	Gap	19
1	Purpose	4
2	Introduction	10
2	Abstract	6
3	Comprehension	14
4	Setting	12
4	Review	1

Tabela 5.14: Resultados globais da base de questões final.

Total de questões não calibradas	74
Total de questões calibradas	67
Total de acessos as questões	367
Total acessos as questões no Módulo 1	23
Total acessos as questões no Módulo 2	16
Total acessos as questões no Módulo 3	14
Total acessos as questões no Módulo 4	13

Testlets

O BI do TAI é atualmente composto por 21 testlets, que envolvem 78 questões, sendo 30 calibradas pelo EXP2 e 48 não calibradas. São apresentados na Tabela 5.15 os principais dados sobre os testlets da base, classificados em três grupos de calibração:

Testlet totalmente calibrado. Todas as questões envolvidas no testlet foram calibradas;

Testlet parcialmente Calibrado. Algumas questões envolvidas no testlet foram calibradas;

Testlet não calibrado. Nenhuma questão envolvida no testlet foi calibrada.

Tabela 5.15: Dados dos grupos dos testlets no experimento 2.

Testlet	Quantidade
Totalmente calibrado	7
Parcialmente calibrado	3
Não calibrado	11
Total de testlets	21

Um fato presente nos dados referentes ao parâmetro b da Tabela A.5 são as duplas de questões número 65 e 66, 126 e 127, 140 e 141 as quais têm o mesmo valor b entre ambas. Esse resultado confirma a integridade do TAI desenvolvido nessa pesquisa, porque a partir de dados iniciais ω_0, $R = 0$, $W = 0$ e $\Phi = 0,000000$, resultou em um mesmo valor b, somente após a primeira calibração. Já as questões número 134 e 135 apresentaram o mesmo cenário, porém na segunda calibração. Isso decorre que o $R = 2$, $W = 0$ e $\Phi = 0,000000$ para ambas questões, o que garante também o mesmo valor b. Conclui-se que, enquanto não existir nenhuma resposta incorreta à questão, e o parâmetro $\omega_0 = 0,00000$, o comportamento citado anteriormente é factível.

Um outro importante resultado é a não alteração do valor de b para uma questão calibrada, isto é, a partir do momento que o aluno responde a uma questão, **sempre** haverá uma mudança no valor do parâmetro b, ou para um valor superior ou um valor inferior.

5.4.2 Análise dos Alunos

Foram analisados nas Seções 5.2.2 e 5.3.2 os alunos que realizaram respectivamente o EXP1 e EXP2. Embora sejam duas análises estaques, o que diferencia ambos experimentos em termos de avaliação de alunos é o grupo de origem dos alunos. Por isso, nessa seção, trataremos dos 21 alunos em um único contexto. A Tabela 5.16 mostra os dados relativos de todos os alunos participantes dos experimentos.

Tabela 5.16: Valores máximos e mínimos do teste referentes aos alunos envolvidos em ambos experimentos.

Maior nota	8,94
Menor nota	0,57
Maior tempo de teste	2:04h
Menor tempo de teste	0:13h
Maior número de questões respondidas	24
Menor número de questões respondidas	15

Ao selecionar o grupo de alunos de ambos experimentos, observa-se que os alunos $A2$ do EXP2 e $A4$ do EXP1 obtiveram respectivamente o melhor e o pior desempenho. $A2$ respondeu corretamente todas as questões dos Módulos 1, 2 e 3, obtendo o valor máximo $\theta = 3,00000$, e no Módulo 4 o aluno respondeu incorretamente a questão número 52, o que resultou em uma queda brusca de seu parâmetro θ, que passou de $0,000000$ (inicial) para $-2,880547$ (ver Tabela B.4 do Apêndice A). Segundo a Tabela B.3 do Apêndice B, o $A4$ do EXP1 mostrou um alto índice de respostas corretas somente no Módulo 1, que tem a relevância de 15% (ver Tabela 5.1). No restante dos Módulos o $A4$ teve um grande número de respostas incorretas.

O cenário do decréscimo brusco do θ caso erre a primeira questão em um Módulo, é comum a todos os alunos que realizaram o teste (ver Apêndice B);

5.4.3 Análise entre Alunos e Questões da Base de Dados

Segundo os dados presentes na Tabela B.4 do Apêndice B, o $A2$ do EXP2, antes de responder a questão número 52, os parâmetros dessa questão tinham os seguintes valores: $b = -0,438870$, $R = 5$, $W = 2$ e $\Phi = 1,829450$; e após respondê-la, o sistema calibrou para novos valores: $b = -0,564331$, $R = 5$, $W = 3$ e $\Phi = 2,829450$. Para essa questão $P(\theta = 0,000000) = 0,699108$, e isso significa que o aluno tinha uma probabilidade de 69% de acertar a questão, porém errou e por isso na sua nova estimativa do θ foi penalizado. Isso causou também decréscimo em b e acréscimo em Φ. Esse mesmo fato pode ser observado na questão número 16, onde $A5$ do EXP1 ao errar a questão é penalizado com um $\theta = -3,000000$ (ver Tabela **??** do Apêndice B). Esse fato é decorrente de $P(\theta = 0,000000) = 0,681492$, ou seja, o aluno tinha uma probabilidade de 68% de acertar a questão, mas errou-a.

Nesse cenário da primeira questão da base ao aluno, percebe-se que se o aluno responder incorretamente a questão, ele será fortemente penalizado, já que a FII para $\theta = 0,000000$ escolhe sempre uma questão de nível fácil para início do teste. Isso também mostra porque respondendo corretamente a questão, o θ do aluno tem um sutil acréscimo.

Na perspectiva do acerto de todas as questões de um Módulo, foi possível levantar as seguintes conjecturas:

- Os Módulos 1 e 4 obtiveram um número maior de questões calibradas do que os outros Módulos. Isso decorre por não serem questões do tipo testlet, o que permite uma maior variabilidade na escolha de um item;

- Os Módulos 2 e 3 (questões tipo testlet) fazem com que o aluno siga com as respostas das questões so mesmo testlet, trazendo um comportamento similar a um “sub-testlet”, diminuindo a variabilidade na escolha da próxima questão;

- No EXP1 a seqüencia da apresentação dos Módulos ao aluno é diferente do EXP2 (ver Seção 5.4). Pelos resultados dos alunos, a segunda configuração pode ter permitido uma maior motivação para a realização do teste, já que os Módulos 1 e 4 foram intercalados entre Módulos 2 e 3. Esse resultado também pôde ser observado por meio da nota média dos alunos, $3,66$ para o EXP1 e $4,08$ para o EXP2.

A quantidade média de questões respondidas pelos alunos com melhor e pior desempenho, foram respectivamente $21,5$ e $17,5$. Então, infere-se que quando o aluno responde às questões erradas seqüencialmente, rapidamente seu θ decairá para $-3,000000$, causando o término do Módulo. Nesse caso, nada pode-se afirmar sobre as questões respondidas corretamente.

No requisito corretude do teste, isto é, que o sistema não penalize indevidamente ou o contrário um aluno, percebe-se pelo $A4$ do EXP1 e $A5$ do EXP1 que ambos praticamente iniciaram o teste com parâmetros muito similares da base de itens (já que $A4$ realizou o teste em primeira instância e $A5$ em segunda), e com isso receberam as mesmas questões iniciais em cada Módulo. Porém, os desempenhos desses dois alunos foram drasticamente diferentes conforme Tabelas B.3 e B.1 do Apêndice B.

5.5 Discussão dos Resultados

Os EXP1 e EXP2 mostraram alguns comportamentos do BI assim como a trajetória de alguns alunos. Percebe-se que o uso de um TAI é diretamente proporcional a uma melhor individualização e precisão do teste, na medida que os itens são calibrados conforme o acesso à base. Portanto, o quem determina a dificuldade de um item são os próprios alunos, ou seja, não há inferência do professor na calibração da base (salvo para a estimativa inicial).

O parâmetro b e θ respectivamente de uma questão e um aluno são estimados por uma relação entre si, em uma relação funcional, estabelecida pelo CBAT-2 e ML3P. Um fato interessante foram os resultados obtidos por $A4$ e $A5$, que apresentaram resultados diferentes. Com isso, mesmo com condições iniciais muito próximas, **o aluno é quem determina o seu próprio caminhar no teste, respondendo corretamente ou incorretamente as questões**, em outras palavras, **o conhecimento do aluno é o fator determinante para seu próprio sucesso ou fracasso em um TAI**. Assim, em um TAI baseado no CBAT-2, o aluno é o agente precursor da calibração em tempo de execução de um BI, gerindo por meio de suas respostas corretas ou incorretas todo o contexto do teste.

Referências Bibliográficas

Aluísio, S. M. & R. E. Gantenbein (1997). Towards the application of systemic functional linguistics in writing tools. *Proceedings of International Conference on Computers and their Applications*, 181–185.

Aluísio, S. M. & O. N. Oliveira (1995). A case-based approach for developing writing tools aimed at non-native english users. *Lecture Notes in Artificial Intelligence* (1010), 121–132.

Aquino, V. T. (2001). Avaliação automática de exames de proficiência em inglês. Dissertação de mestrado, ICMC-USP, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil.

Baker, F. (2001). *The Basics of Item Response* (Second ed.). College Park, MD: ERIC Clearinghouse on Assesment and Evaluation, University of Maryland. URL `http://ericae.net/irt/baker/final.pdf`, acessado em 18/11/2002.

Conejo, R., E. Millán, J. L. P. Cruz, & M. Trella (2001). Modelado del alumno: um enfoque bayesiano. *Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial* (12), 50–58. URL `http://tornado.dia.fi.upm.es/caepia/numeros/12/Conejo.pdf`, acessado em 20/11/2002.

Gonçalves, J. P. (2003). A integração de testes adaptativos informatizados e ambientes computacionais de tarefas para o aprendizado do inglês instrumental. Monografia de qualificação, ICMC-USP, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil.

Huang, S. X. (1996a, jul). A content-balanced adaptive testing. in computer aided learning and instruction in science and engineering. *CALISCE-Computer Aided Learning and Instruction in Science and Engineering* (3), 29–31.

Huang, S. X. (1996b, jun). On content-balanced adaptive testing algorithm for computer-based training systems. *ITS-Intelligent Tutorial Systems*, 12–14.

Lord, F. M. (1980). *Application of Item Response Theory to Practical Testing Problems* (first ed.). Hilsdale, New Jersey, EUA: Lawrence Erlbaum Associates.

McKenna, C. & J. Bull (1999, June). Design effective objective test questions: an introductory workshop. *Proceedings of the Conference at Loughborough University, Flexible Learning* (Third), 253–257.

Morettin, P. & W. Bussab (2003). *Estatística Básica* (Quinta ed.). São Vicente, Brasil: Editora Saraiva.

Olea, J., V. Ponsoda, & G. Prieto (1999). *Tests Informatizados Fundamentos y Aplicaciones*. Ediciones Pirámede.

Oliveira, L. H. M. (2002). Testes adaptativos sensíveis ao conteúdo do banco de itens: uma aplicação em exames de proficiência em inglês para programas de pós-graduação. Dissertação de mestrado, ICMC-USP, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil.

Wang, T. H. & B. A. Hanson (2001, April). Developement and calibration of na item response model that incorporates response time. *ACT Inc., Americam Educational Research Association in Seattle*.

Weiss, D. J. (1985). Adaptive testing by computer. *Journal of Consulting and Clinical Psychology 53*(6), 774–789.

Apêndice A

Tabelas de Dados das Questões

As principais tabelas relacionadas com a calibração do BI e alguns dados doa alunos estão nesse capítulo. Segue a nomenclatura utilizada nas tabelas relacionadas com as questões do BI em cada experimento:

- **ID da questão** é o número da identificação de cada questão da base de dados;
- a**,** b**,** c são respectivamente os parâmetros discriminação, dificuldade e adivinhação da TRI, descritos na Seção 3.3;
- W**,** R são respectivamente o número de respostas incorretas e corretas dos alunos que realizaram a questão (ver Seção 3.8);
- Φ é a dificuldade acumulada na questão (ver Seção 3.8);
- ω_0 é o parâmetro dificuldade inicial, definido pela estimativa inicial;
- **contador** é o número de vezes que a questão foi respondida pelos alunos;
- **status** indica, em relação a ω_0, se a questão tornou-se mais "difícil" (D), mais "fácil" (F) ou não foi calibrada (NC);
- $b0$**,** $b1$**,** $b2$ são respectivamente o parâmetro dificuldade para o BI com a estimativa inicial, as questões calibradas no EXP1 e as questões calibradas no EXP2;
- **W0, W1, W2** são respectivamente o número de vezes que a questão foi respondida incorretamente no BI inicial, no EXP1 e no EXP2;
- **R0, R1, R2** são respectivamente o número de vezes que a questão foi respondida corretamente no BI inicial, no EXP1 e no EXP2;

- Φ_0**,** Φ_1**,** Φ_2 são respectivamente a dificuldade acumulada de uma questão do BI inicial, no EXP1 e no EXP2;
- **C1, C2, C1+C2** são respectivamente o número de vezes que a questão foi respondida para a base inicial, EXP1 e EXP2.

Segue a nomenclatura utilizada nas tabelas relacionadas com os dados do aluno em cada experimento:

- **aluno** indica a ordem de realização do teste, ou seja, por exemplo o aluno número 1 foi o primeiro a realizar o teste e o 12 é o décimo segundo aluno que realizou o teste;
- θ é o parâmetro habilidade do aluno (ver detalhes na Seção 3.3);
- **nota** é a nota final do aluno, normalizada no intervalo de 0.0 a 10.0, obtida a partir do θ final do aluno;
- **tempo** indica o tempo de realização do teste (em horas) por cada aluno;
- **nq** é número de questões respondidas por cada aluno em um teste.

Tabela A.1: Questões da base de dados do experimento 1. Estimativa incial do parâmetro b.

ID da questão	a	b	c	W	R	Φ
1	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
2	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
3	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
4	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
5	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
6	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
7	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
8	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
9	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
10	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
11	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
12	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
13	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
14	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
15	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000

16	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
17	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
18	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
19	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
20	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
21	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
22	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
23	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
24	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
25	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
26	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
27	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
28	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
29	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
30	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
31	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
32	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
33	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
34	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
35	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
36	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
37	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
38	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
39	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
40	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
41	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
42	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
43	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
44	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
45	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
46	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
47	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
48	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
51	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
52	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000

53	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
54	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
55	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
56	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
57	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
58	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
59	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
60	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
61	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
62	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
63	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
64	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
65	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
66	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
67	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
68	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
74	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
75	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
76	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
77	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
78	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
79	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
80	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
81	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
82	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
83	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
84	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
87	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
88	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
89	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
90	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
91	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
92	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
93	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
94	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000

95	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
96	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
97	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
98	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
99	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
100	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
101	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
102	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
103	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
104	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
105	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
106	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
107	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
108	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
109	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
110	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
111	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
112	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
113	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
114	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
115	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
116	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
117	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
118	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
119	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
120	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
121	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
122	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
123	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
124	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
125	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
126	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
127	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
128	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
129	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000

130	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
131	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
132	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
133	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
134	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
135	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
136	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
137	1,200000	0,000000	0,333333	0	0	0,000000
138	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
139	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
140	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
141	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
142	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
143	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
144	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
145	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
146	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
147	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
148	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
149	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000

Tabela A.2: Questões da base de dados experimento 1. Parâmetros b, W, R, Φ calibrados pelo experimento 1.

ID da questão	a	b	c	W	R	Φ
1	1,200000	-2,623560	0,333333	0	3	0,000000
2	1,200000	-2,300260	0,333333	2	3	0,752413
3	1,200000	-2,523810	0,333333	0	1	0,000000
4	1,200000	-2,523810	0,333333	0	1	0,000000
5	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
6	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
7	1,200000	0,869030	0,333333	1	2	1,184650
8	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
9	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
10	1,200000	-1,996180	0,333333	0	5	0,000000
11	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
12	1,200000	-1,268400	0,333333	0	2	0,000000
13	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
14	1,200000	-0,490432	0,333333	0	4	0,000000
15	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
16	1,200000	-0,327653	0,333333	3	5	2,970140
17	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
18	1,200000	-0,219347	0,333333	3	2	2,683980
19	1,200000	-1,095240	0,333333	0	1	0,000000
20	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
21	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
22	1,200000	0,407251	0,333333	2	2	2,448980
23	1,200000	0,822600	0,333333	1	1	1,317790
24	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
25	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
26	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
27	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
28	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
29	1,200000	0,702880	0,333333	2	2	2,595570
30	1,200000	1,730950	0,333333	2	0	3,021400
31	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
32	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000

33	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
34	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
35	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
36	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
37	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
38	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
39	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
40	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
41	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
42	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
43	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
44	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
45	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
46	1,200000	1,416750	0,333333	3	2	4,308480
47	1,200000	0,839745	0,333333	1	2	1,144190
48	1,200000	0,783380	0,333333	4	2	4,371790
51	1,200000	-1,201540	0,333333	2	3	1,669780
52	1,200000	0,232463	0,333333	2	3	1,829450
53	1,200000	-1,243350	0,333333	2	5	1,697380
54	1,200000	-2,246780	0,333333	2	5	0,342013
55	1,200000	-1,903370	0,333333	1	4	0,386689
56	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
57	1,200000	1,204540	0,333333	1	0	1,382570
58	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
59	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
60	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
61	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
62	1,200000	2,005210	0,333333	1	2	1,735690
63	1,200000	2,123130	0,333333	1	1	1,324490
64	1,200000	2,078980	0,333333	1	1	1,162590
65	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
66	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
67	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
68	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
74	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000

75	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
76	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
77	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
78	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
79	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
80	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
81	1,200000	-0,669357	0,333333	2	1	1,510020
82	1,200000	-1,104110	0,333333	1	2	0,538967
83	1,200000	-1,038330	0,333333	1	0	0,199180
84	1,200000	-1,268400	0,333333	0	2	0,000000
87	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
88	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
89	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
90	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
91	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
92	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
93	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
94	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
95	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
96	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
97	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
98	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
99	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
100	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
101	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
102	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
103	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
104	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
105	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
106	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
107	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
108	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
109	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
110	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
111	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000

112	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
113	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
114	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
115	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
116	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
117	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
118	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
119	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
120	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
121	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
122	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
123	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
124	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
125	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
126	1,200000	2,238100	0,333333	0	1	0,000000
127	1,200000	2,238100	0,333333	0	1	0,000000
128	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
129	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
130	1,200000	-0,954348	0,333333	1	0	0,493115
131	1,200000	-1,996180	0,333333	0	5	0,000000
132	1,200000	-1,996180	0,333333	0	5	0,000000
133	1,200000	1,200680	0,333333	1	0	1,369060
134	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
135	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
136	1,200000	0,568458	0,333333	5	3	5,532010
137	1,200000	-0,923756	0,333333	2	6	2,000000
138	1,200000	-1,462280	0,333333	4	4	2,133240
139	1,200000	-0,719175	0,333333	6	2	3,541200
140	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
141	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
142	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
143	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
144	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
145	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
146	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000

147	1,200000	-2,521260	0,333333	1	8	0,319911
148	1,200000	-0,174177	0,333333	4	5	4,184650
149	1,200000	-2,591440	0,333333	0	8	0,000000

Tabela A.3: Questões da base de dados experimento 2. Parâmetros b, W, R, Φ calibrados pelo experimento 2.

ID da questão	a	b	c	W	R	Φ
1	1,200000	-2,648020	0,333333	1	3	0,153111
2	1,200000	-2,300260	0,333333	2	3	0,752413
3	1,200000	-2,567100	0,333333	1	1	0,000000
4	1,200000	-2,523810	0,333333	0	1	0,000000
5	1,200000	-2,523810	0,333333	0	1	0,000000
6	1,200000	-2,523810	0,333333	0	1	0,000000
7	1,200000	0,520354	0,333333	1	3	1,184650
8	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
9	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
10	1,200000	-2,277000	0,333333	2	6	0,819251
11	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
12	1,200000	-1,745220	0,333333	0	4	0,000000
13	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
14	1,200000	-1,455650	0,333333	0	6	0,000000
15	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
16	1,200000	-0,275419	0,333333	6	6	5,854590
17	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
18	1,200000	-0,181427	0,333333	6	6	5,683980
19	1,200000	-1,268400	0,333333	0	2	0,000000
20	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
21	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
22	1,200000	0,365811	0,333333	3	3	3,540000
23	1,200000	0,385923	0,333333	1	3	1,317790
24	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
25	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
26	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
27	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
28	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
29	1,200000	0,702880	0,333333	2	2	2,595570
30	1,200000	2,909110	0,333333	5	2	8,121150
31	1,200000	0,463204	0,333333	0	2	0,000000
32	1,200000	0,463204	0,333333	0	2	0,000000

33	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
34	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
35	1,200000	-2,500000	0,333333	0	0	0,000000
36	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
37	1,200000	0,463204	0,333333	0	2	0,000000
38	1,200000	1,246780	0,333333	2	1	3,248770
39	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
40	1,200000	0,927674	0,333333	1	3	1,662030
41	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
42	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
43	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
44	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
45	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
46	1,200000	1,756740	0,333333	4	2	5,890040
47	1,200000	0,063274	0,333333	1	4	1,144190
48	1,200000	1,062690	0,333333	5	2	5,670820
51	1,200000	0,125059	0,333333	9	5	7,575450
52	1,200000	-0,456259	0,333333	5	7	4,829450
53	1,200000	-1,945070	0,333333	2	10	1,697380
54	1,200000	-2,707600	0,333333	3	10	0,576709
55	1,200000	-1,872650	0,333333	6	5	2,333470
56	1,200000	0,886297	0,333333	3	2	3,540620
57	1,200000	1,595630	0,333333	2	0	2,835490
58	1,200000	1,216940	0,333333	1	0	1,425940
59	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
60	1,200000	1,178790	0,333333	1	0	1,292430
61	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
62	1,200000	0,557256	0,333333	3	5	4,500440
63	1,200000	2,146500	0,333333	5	3	7,566380
64	1,200000	1,041410	0,333333	2	4	2,527050
65	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
66	1,200000	0,809524	0,333333	0	1	0,000000
67	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
68	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
74	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000

75	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
76	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
77	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
78	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
79	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
80	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
81	1,200000	-0,945249	0,333333	2	4	1,510020
82	1,200000	-1,635950	0,333333	2	4	0,688295
83	1,200000	-0,995394	0,333333	3	2	2,599930
84	1,200000	-2,227830	0,333333	1	5	0,000000
87	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
88	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
89	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
90	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
91	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
92	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
93	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
94	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
95	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
96	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
97	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
98	1,200000	-1,268400	0,333333	0	2	0,000000
99	1,200000	-0,758390	0,333333	1	1	0,957819
100	1,200000	-1,095240	0,333333	0	1	0,000000
101	1,200000	-1,095240	0,333333	0	1	0,000000
102	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
103	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
104	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
105	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
106	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
107	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
108	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
109	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
110	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
111	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000

112	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
113	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
114	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
115	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
116	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
117	1,200000	1,000000	0,333333	0	0	0,000000
118	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
119	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
120	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
121	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
122	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
123	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
124	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
125	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
126	1,200000	2,238100	0,333333	0	1	0,000000
127	1,200000	2,238100	0,333333	0	1	0,000000
128	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
129	1,200000	2,500000	0,333333	0	0	0,000000
130	1,200000	-1,005830	0,333333	1	1	0,493115
131	1,200000	-2,227830	0,333333	0	6	0,000000
132	1,200000	-1,996180	0,333333	0	5	0,000000
133	1,200000	1,200680	0,333333	1	0	1,369060
134	1,200000	0,463204	0,333333	0	2	0,000000
135	1,200000	0,463204	0,333333	0	2	0,000000
136	1,200000	1,079170	0,333333	8	7	10,266800
137	1,200000	-1,725180	0,333333	3	12	2,844370
138	1,200000	-1,321380	0,333333	7	10	5,320330
139	1,200000	-0,158029	0,333333	10	7	7,541200
140	1,200000	-1,095240	0,333333	0	1	0,000000
141	1,200000	-1,095240	0,333333	0	1	0,000000
142	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
143	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
144	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
145	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000
146	1,200000	-1,000000	0,333333	0	0	0,000000

147	1,200000	-2,325030	0,333333	2	12	1,575760
148	1,200000	-0,962664	0,333333	4	10	4,184650
149	1,200000	-2,954100	0,333333	0	13	0,000000

Tabela A.4: Cruzamento dos dados das questões entre a base inicial, experimento 1 e experimento 2.

Q	ω_0	$b1$	$b2$	$W0$	$W1$	$W2$	$R0$	$R1$	$R2$	Φ_0	Φ_1	Φ_2	$C1$	$C2$	$C1+C2$
1	-2,500000	-2,623560	-2,648020	0	0	1	0	3	3	0,000000	0,000000	0,153111	3	1	4
2	-2,500000	-2,300260	-2,300260	0	2	2	0	3	3	0,000000	0,752413	0,752413	5	0	5
3	-2,500000	-2,523810	-2,567100	0	0	1	0	1	1	0,000000	0,000000	0,000000	1	1	2
4	-2,500000	-2,523810	-2,523810	0	0	0	0	1	1	0,000000	0,000000	0,000000	1	0	1
5	-2,500000	-2,500000	-2,523810	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
6	-2,500000	-2,500000	-2,523810	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
7	1,000000	0,869030	0,520354	0	1	1	0	2	3	0,000000	1,184650	1,184650	3	1	4
8	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
9	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
10	-1,000000	-1,996180	-2,277000	0	0	2	0	5	6	0,000000	0,000000	0,819251	5	3	8
11	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
12	-1,000000	-1,268400	-1,745220	0	0	0	0	2	4	0,000000	0,000000	0,000000	2	2	4
13	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
14	1,000000	-0,490432	-1,455650	0	0	0	0	4	6	0,000000	0,000000	0,000000	4	2	6
15	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
16	-1,000000	-0,327653	-0,275419	0	3	6	0	5	6	0,000000	2,970140	5,854590	8	4	12
17	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
18	-1,000000	-0,219347	-0,181427	0	3	6	0	2	6	0,000000	2,683980	5,683980	5	7	12
19	-1,000000	-1,095240	-1,268400	0	0	0	0	1	2	0,000000	0,000000	0,000000	1	1	2
20	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
21	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
22	1,000000	0,407251	0,365811	0	2	3	0	2	3	0,000000	2,448980	3,540000	4	2	6

23	1,000000	0,822600	0,385923	0	1	1	0	1	3	0,000000	1,317790	1,317790	2	2	4
24	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
25	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
26	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
27	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
28	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
29	1,000000	0,702880	0,702880	0	2	2	0	2	2	0,000000	2,595570	2,595570	4	0	4
30	1,000000	1,730950	2,909110	0	2	5	0	0	2	0,000000	3,021400	8,121150	2	5	7
31	1,000000	0,809524	0,463204	0	0	0	0	1	2	0,000000	0,000000	0,000000	1	1	2
32	1,000000	0,809524	0,463204	0	0	0	0	1	2	0,000000	0,000000	0,000000	1	1	2
33	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
34	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
35	-2,500000	-2,500000	-2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
36	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
37	1,000000	1,000000	0,463204	0	0	0	0	0	2	0,000000	0,000000	0,000000	0	2	2
38	1,000000	1,000000	1,246780	0	0	2	0	0	1	0,000000	0,000000	3,248770	0	3	3
39	1,000000	1,000000	0,809524	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
40	1,000000	1,000000	0,927674	0	0	1	0	0	3	0,000000	0,000000	1,662030	0	4	4
41	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
42	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
43	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
44	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
45	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
46	1,000000	1,416750	1,756740	0	3	4	0	2	2	0,000000	4,308480	5,890040	5	1	6
47	1,000000	0,839745	0,063274	0	1	1	0	2	4	0,000000	1,144190	1,144190	3	2	5

48	1,000000	0,783380	1,062690	0	4	5	0	2	2	0,000000	4,371790	5,670820	6	1	7
51	-1,000000	-1,201540	0,125059	0	2	9	0	3	5	0,000000	1,669780	7,575450	5	9	14
52	1,000000	0,232463	-0,456259	0	2	5	0	3	7	0,000000	1,829450	4,829450	5	7	12
53	-1,000000	-1,243350	-1,945070	0	2	2	0	5	10	0,000000	1,697380	1,697380	7	5	12
54	-1,000000	-2,246780	-2,707600	0	2	3	0	5	10	0,000000	0,342013	0,576709	7	6	13
55	-1,000000	-1,903370	-1,872650	0	1	6	0	4	5	0,000000	0,386689	2,333470	5	6	11
56	1,000000	0,809524	0,886297	0	0	3	0	1	2	0,000000	0,000000	3,540620	1	4	5
57	1,000000	1,204540	1,595630	0	1	2	0	0	0	0,000000	1,382570	2,835490	1	1	2
58	1,000000	1,000000	1,216940	0	0	1	0	0	0	0,000000	0,000000	1,425940	0	1	1
59	1,000000	1,000000	0,809524	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
60	1,000000	1,000000	1,178790	0	0	1	0	0	0	0,000000	0,000000	1,292430	0	1	1
61	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
62	2,500000	2,005210	0,557256	0	1	3	0	2	5	0,000000	1,735690	4,500440	3	5	8
63	2,500000	2,123130	2,146500	0	1	5	0	1	3	0,000000	1,324490	7,566380	2	6	8
64	2,500000	2,078980	1,041410	0	1	2	0	1	4	0,000000	1,162590	2,527050	2	4	6
65	1,000000	0,809524	0,809524	0	0	0	0	1	1	0,000000	0,000000	0,000000	1	0	1
66	1,000000	0,809524	0,809524	0	0	0	0	1	1	0,000000	0,000000	0,000000	1	0	1
67	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
68	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
74	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
75	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
76	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
77	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
78	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
79	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0

80	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
81	-1,000000	-0,669357	-0,945249	0	2	2	0	1	4	0,000000	1,510020	1,510020	3	3	6
82	-1,000000	-1,104110	-1,635950	0	1	2	0	2	4	0,000000	0,538967	0,688295	3	3	6
83	-1,000000	-1,038330	-0,995394	0	1	3	0	0	2	0,000000	0,199180	2,599930	1	4	5
84	-1,000000	-1,268400	-2,227830	0	0	1	0	2	5	0,000000	0,000000	0,000000	2	4	6
87	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
88	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
89	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
90	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
91	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
92	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
93	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
94	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
95	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
96	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
97	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
98	-1,000000	-1,000000	-1,268400	0	0	0	0	0	2	0,000000	0,000000	0,000000	0	2	2
99	-1,000000	-1,000000	-0,758390	0	0	1	0	0	1	0,000000	0,000000	0,957819	0	2	2
100	-1,000000	-1,000000	-1,095240	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
101	-1,000000	-1,000000	-1,095240	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
102	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
103	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
104	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
105	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
106	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0

107	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
108	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
109	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
110	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
111	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
112	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
113	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
114	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
115	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
116	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
117	1,000000	1,000000	1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
118	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
119	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
120	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
121	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
122	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
123	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
124	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
125	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
126	2,500000	2,238100	2,238100	0	0	0	0	1	1	0,000000	0,000000	0,000000	1	0	1
127	2,500000	2,238100	2,238100	0	0	0	0	1	1	0,000000	0,000000	0,000000	1	0	1
128	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
129	2,500000	2,500000	2,500000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
130	-1,000000	-0,954348	-1,005830	0	1	1	0	0	1	0,000000	0,493115	0,493115	1	1	2
131	-1,000000	-1,996180	-2,227830	0	0	0	0	5	6	0,000000	0,000000	0,000000	5	1	6

132	-1,000000	-1,996180	-1,996180	0	0	0	0	5	5	0,000000	0,000000	0,000000	5	0	5
133	1,000000	1,200680	1,200680	0	1	1	0	0	0	0,000000	1,369060	1,369060	1	0	1
134	1,000000	0,809524	0,463204	0	0	0	0	1	2	0,000000	0,000000	0,000000	1	1	2
135	1,000000	0,809524	0,463204	0	0	0	0	1	2	0,000000	0,000000	0,000000	1	1	2
136	-1,000000	0,568458	1,079170	0	5	8	0	3	7	0,000000	5,532010	10,266800	8	7	15
137	0,000000	-0,923756	-1,725180	0	2	3	0	6	12	0,000000	2,000000	2,844370	8	7	15
138	-1,000000	-1,462280	-1,321380	0	4	7	0	4	10	0,000000	2,133240	5,320330	8	9	17
139	-1,000000	-0,719175	-0,158029	0	6	10	0	2	7	0,000000	3,541200	7,541200	8	9	17
140	-1,000000	-1,000000	-1,095240	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
141	-1,000000	-1,000000	-1,095240	0	0	0	0	0	1	0,000000	0,000000	0,000000	0	1	1
142	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
143	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
144	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
145	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
146	-1,000000	-1,000000	-1,000000	0	0	0	0	0	0	0,000000	0,000000	0,000000	0	0	0
147	-1,000000	-2,521260	-2,325030	0	1	2	0	8	12	0,000000	0,319911	1,575760	9	5	14
148	-1,000000	-0,174177	-0,962664	0	4	4	0	5	10	0,000000	4,184650	4,184650	9	5	14
149	-1,000000	-2,591440	-2,954100	0	0	0	0	8	13	0,000000	0,000000	0,000000	8	5	13

Tabela A.5: Dados referente as questões inseridas em testlet.

ID da questão	**ID do testlet**	ω_0	b	W	R	Φ	**status**
62	1	2,500000	0,557256	3	5	4,500440	F
63	1	2,500000	2,146500	5	3	7,566380	F
64	1	2,500000	1,041410	2	4	2,527050	F
65	2	1,000000	0,809524	0	1	0,000000	F
66	2	1,000000	0,809524	0	1	0,000000	F
67	2	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
68	2	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
74	4	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
75	4	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
76	4	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
77	4	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
78	5	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
79	5	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
80	5	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
81	6	-1,000000	-0,945249	2	4	1,510020	D
82	6	-1,000000	-1,635950	2	4	0,688295	F
83	6	-1,000000	-0,995394	3	2	2,599930	D
84	6	-1,000000	-2,227830	1	5	0,000000	F
87	7	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
88	7	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
89	7	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
90	8	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
91	8	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
92	8	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
93	8	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
94	9	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
95	9	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
96	9	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
97	9	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
98	10	-1,000000	-1,268400	0	2	0,000000	F
99	10	-1,000000	-0,758390	1	1	0,957819	D
100	10	-1,000000	-1,095240	0	1	0,000000	F
101	10	-1,000000	-1,095240	0	1	0,000000	F

102	11	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
103	11	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
104	11	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
105	11	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
106	12	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
107	12	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
108	12	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
109	12	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
110	13	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
111	13	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
112	13	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
113	13	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
114	14	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
115	14	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
116	14	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
117	14	1,000000	1,000000	0	0	0,000000	NC
118	15	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
119	15	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
120	15	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
121	15	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
122	16	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
123	16	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
124	16	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
125	16	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
126	3	2,500000	2,238100	0	1	0,000000	F
127	3	2,500000	2,238100	0	1	0,000000	F
128	3	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
129	3	2,500000	2,500000	0	0	0,000000	NC
130	17	-1,000000	-1,005830	1	1	0,493115	F
131	17	-1,000000	-2,227830	0	6	0,000000	F
132	17	-1,000000	-1,996180	0	5	0,000000	F
133	18	1,000000	1,200680	1	0	1,369060	D
134	18	1,000000	0,463204	0	2	0,000000	F
135	18	1,000000	0,463204	0	2	0,000000	F
136	19	-1,000000	1,079170	8	7	10,266800	D

137	19	-1,000000	-1,725180	3	12	2,844370	F
138	19	-1,000000	-1,321380	7	10	5,320330	F
139	19	-1,000000	-0,158029	10	7	7,541200	D
140	20	-1,000000	-1,095240	0	1	0,000000	F
141	20	-1,000000	-1,095240	0	1	0,000000	F
142	20	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
143	20	-1,000000	-1,000000	0	0	0,000000	NC
147	21	-1,000000	-2,325030	2	12	1,575760	F
148	21	-1,000000	-0,962664	4	10	4,184650	D
149	21	-1,000000	-2,954100	0	13	0,000000	F

Tabela A.6: Questões da base de dados experimento 1. Relações entre a base de dados com a estimativa inicial de b e a base de dados calibrada pelo experimento 1.

ID da questão	**b0**	**b**	**W**	**R**	Φ	**contador**	**status**
147	-1	-2.52126	1	8	0.319911	9	F
148	-1	-0.174177	4	5	4.18465	9	D
16	-1	-0.327653	3	5	2.97014	8	D
136	-1	0.568458	5	3	5.53201	8	D
137	-1	-0.923756	2	6	2	8	D
138	-1	-1.46228	4	4	2.13324	8	F
139	-1	-0.719175	6	2	3.5412	8	D
149	-1	-2.59144	0	8	0	8	F
53	-1	-1.24335	2	5	1.69738	7	F
54	-1	-2.24678	2	5	0.342013	7	F
48	1	0.78338	4	2	4.37179	6	F
2	-2.5	-2.30026	2	3	0.752413	5	D
10	-1	-1.99618	0	5	0	5	F
18	-1	-0.219347	3	2	2.68398	5	D
46	1	1.41675	3	2	4.30848	5	D
51	-1	-1.20154	2	3	1.66978	5	F
52	1	0.232463	2	3	1.82945	5	F
55	-1	-1.90337	1	4	0.386689	5	F
131	-1	-1.99618	0	5	0	5	F

132	-1	-1.99618	0	5	0	5	F
14	1	-0.490432	0	4	0	4	F
22	1	0.407251	2	2	2.44898	4	F
29	1	0.70288	2	2	2.59557	4	F
1	-2.5	-2.62356	0	3	0	3	F
7	1	0.86903	1	2	1.18465	3	F
47	1	0.839745	1	2	1.14419	3	F
62	2.5	2.00521	1	2	1.73569	3	F
81	-1	-0.669357	2	1	1.51002	3	D
82	-1	-1.10411	1	2	0.538967	3	F
12	-1	-1.2684	0	2	0	2	F
23	1	0.8226	1	1	1.31779	2	F
30	1	1.73095	2	0	3.0214	2	D
63	2.5	2.12313	1	1	1.32449	2	F
64	2.5	2.07898	1	1	1.16259	2	F
84	-1	-1.2684	0	2	0	2	F
3	-2.5	-2.52381	0	1	0	1	F
4	-2.5	-2.52381	0	1	0	1	F
19	-1	-1.09524	0	1	0	1	F
31	1	0.809524	0	1	0	1	F
32	1	0.809524	0	1	0	1	F
56	1	0.809524	0	1	0	1	F
57	1	1.20454	1	0	1.38257	1	D
65	1	0.809524	0	1	0	1	F
66	1	0.809524	0	1	0	1	F
83	-1	-1.03833	1	0	0.19918	1	F
126	2.5	2.2381	0	1	0	1	F
127	2.5	2.2381	0	1	0	1	F
130	-1	-0.954348	1	0	0.493115	1	D
133	1	1.20068	1	0	1.36906	1	D
134	1	0.809524	0	1	0	1	F
135	1	0.809524	0	1	0	1	F
5	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
6	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
8	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC

9	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
11	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
13	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
15	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
17	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
20	-1	-1	0	0	0	0	NC
21	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
24	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
25	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
26	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
27	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
28	-1	-1	0	0	0	0	NC
33	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
34	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
35	-2.5	-2.5	0	0	0	0	NC
36	-1	-1	0	0	0	0	NC
37	1	1	0	0	0	0	NC
38	1	1	0	0	0	0	NC
39	1	1	0	0	0	0	NC
40	1	1	0	0	0	0	NC
41	-1	-1	0	0	0	0	NC
42	-1	-1	0	0	0	0	NC
43	-1	-1	0	0	0	0	NC
44	-1	-1	0	0	0	0	NC
45	-1	-1	0	0	0	0	NC
58	1	1	0	0	0	0	NC
59	1	1	0	0	0	0	NC
60	1	1	0	0	0	0	NC
61	1	1	0	0	0	0	NC
67	1	1	0	0	0	0	NC
68	1	1	0	0	0	0	NC
74	1	1	0	0	0	0	NC
75	1	1	0	0	0	0	NC
76	1	1	0	0	0	0	NC
77	1	1	0	0	0	0	NC

78	2.5	2.5	0	0	0	0	NC
79	2.5	2.5	0	0	0	0	NC
80	2.5	2.5	0	0	0	0	NC
87	1	1	0	0	0	0	NC
88	1	1	0	0	0	0	NC
89	1	1	0	0	0	0	NC
90	1	1	0	0	0	0	NC
91	1	1	0	0	0	0	NC
92	1	1	0	0	0	0	NC
93	1	1	0	0	0	0	NC
94	2.5	2.5	0	0	0	0	NC
95	2.6	2.1	0	0	0	0	NC
96	2.5	2.5	7	0	0	0	NC
92	2.5	2.5	0	0	0	0	NC
98	-1	-1	0	0	0	0	NC
99	-9	-1	0	0	0	8	NC
100	-1	-1	0	0	0	0	NC
101	-1	-1	0	0	0	0	NC
102	-1	-1	0	0	9	9	NC
183	-1	-1	0	0	0	0	NC
104	-1	-9	0	0	0	0	NC
205	-1	-1	0	0	0	0	NC
106	-1	-1	0	0	0	0	NC
127	-1	-1	0	0	0	0	NC
108	-1	-1	0	0	0	0	NC
109	-1	-1	0	0	7	0	NC
110	-6	-1	0	0	0	0	NC
411	-1	-1	0	8	9	0	NC
119	-1	-1	0	0	0	0	NC
113	-1	-1	0	0	0	0	NC
144	1	1	5	0	0	0	NC
115	1	1	0	6	0	0	NC
116	5	6	0	0	0	0	NC
117	1	1	0	0	0	0	NC
118	-1	-1	0	0	0	0	NC

119	-1	-1	0	0	0	0	NC
120	-1	-1	0	0	1	0	NC
122	-1	-1	0	6	0	0	NC
122	-1	-1	5	0	0	0	NC
123	-1	-1	0	2	0	7	NC
724	-1	-5	0	0	0	0	NC
125	-1	-1	0	0	0	0	NC
128	2.5	2.5	0	0	4	0	NC
129	2.5	2.5	0	0	0	0	NI
740	-1	-1	0	0	0	0	NC
141	-1	-1	4	0	0	0	NC
142	-1	-1	0	0	0	0	NC
143	-1	-1	0	0	0	0	NC
144	-1	-1	0	0	0	0	NC
145	-1	-1	0	0	0	0	NC
146	-1	-1	0	0	0	0	NC

Apêndice B

Tabelas dos Dados de Alunos

Tabela B.1: Trajetória no TAI pelo aluno 5 no experimento 1. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno.

n	ID da questão	Módulo	Resposta	θ	$P_(\theta)$
1	148	2	correta	0,859598	0,912896
2	149	2	correta	1,416431	0,998246
3	147	2	correta	1,976953	0,999664
4	65	2	correta	2,536488	0,98089
5	66	2	correta	3,000000	0,992444
6	136	3	correta	0,818743	0,872324
7	137	3	correta	1,412568	0,978911
8	139	3	incorreta	-2,113401	0,396631
9	138	3	incorreta	-2,587534	0,422434
10	131	3	correta	-2,618144	0,37326
11	132	3	correta	-2,357890	0,398495
12	53	4	correta	0,558869	0,978964
13	52	4	incorreta	-0,987069	0,356554
14	54	4	correta	-0,378899	0,937876
15	51	4	correta	0,092303	0,948694
16	48	4	correta	1,037399	0,804991
17	56	4	correta	1,713775	0,909
18	16	1	incorreta	-3,000000	0,33553
19	1	1	correta	-1,345915	0,954182
20	10	1	correta	-0,431078	0,931614
21	18	1	correta	0,191414	0,919997
22	14	1	correta	1,129305	0,863715
23	29	1	correta	1,793642	0,921062

Tabela B.2: Trajetória no TAI pelo aluno 12 no experimento 1. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno.

n	**ID da questão**	**Módulo**	**Resposta**	θ	$P_(\theta)$
1	148	2	incorreta	-2,172815	0,344448
2	147	2	correta	-1,440904	0,933734
3	149	2	correta	-0,958568	0,976986
4	84	2	correta	-0,261863	0,924189
5	81	2	correta	0,301551	0,919167
6	82	2	correta	0,812209	0,986893
7	137	3	correta	0,609369	0,972011
8	136	3	incorreta	-1,301196	0,347721
9	138	3	correta	-0,599414	0,902161
10	139	3	incorreta	-1,712208	0,411014
11	131	3	correta	-1,270593	0,876401
12	132	3	correta	-0,893115	0,936448
13	52	4	correta	1,826900	0,975179
14	46	4	incorreta	-0,984876	0,338264
15	53	4	correta	-0,211787	0,927553
16	51	4	incorreta	-2,902673	0,353446
17	54	4	correta	-1,839932	0,797566
18	55	4	incorreta	-2,166481	0,579297
19	16	1	correta	0,851350	0,944814
20	29	1	incorreta	-0,619761	0,375387
21	19	1	correta	-0,150818	0,91525
22	18	1	correta	0,407922	0,854924
23	22	1	incorreta	-0,034696	0,525818
24	14	1	correta	0,161365	0,860524

Tabela B.3: Trajetória no TAI pelo aluno 4 no experimento 1. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno.

n	**ID da questão**	**Módulo**	**Resposta**	θ	$P_(\theta)$
1	148	2	incorreta	-2,140828	0,339133
2	147	2	incorreta	-3,000000	0,375087
3	149	2	correta	-3,000000	0,362859
4	136	3	incorreta	-2,241729	0,336601
5	138	3	correta	0,435190	0,992289
6	137	3	incorreta	-2,307748	0,339040
7	139	3	incorreta	-3,000000	0,354229
8	53	4	correta	0,558869	0,978964
9	52	4	correta	1,544590	0,948205
10	46	4	incorreta	-0,146770	0,368821
11	51	4	incorreta	-3,000000	0,341997
12	16	1	incorreta	-3,000000	0,335530
13	1	1	correta	-1,345915	0,954182
14	10	1	correta	-0,431078	0,931614
15	18	1	incorreta	-1,718373	0,389807
16	2	1	correta	-1,368838	0,919080
17	12	1	correta	-0,718999	0,836089

Tabela B.4: Trajetória no TAI pelo aluno 2 no experimento 2. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno.

n	**ID da questão**	**Módulo**	**Resposta**	θ	$P_(\theta)$
1	16	1	correta	0,737395	0,943572
2	22	1	correta	1,419802	0,936820
3	37	1	correta	2,044227	0,950299
4	30	1	correta	2,678272	0,886464
5	38	1	correta	3,000000	0,992444
6	148	2	correta	0,692144	0,956441
7	147	2	correta	1,215708	0,999547
8	149	2	correta	1,739633	0,999946
9	62	2	correta	2,522372	0,965251
10	63	2	correta	3,000000	0,883571
11	52	4	incorreta	-2,880547	0,339194
12	54	4	correta	-1,120103	0,962871
13	53	4	correta	-0,423316	0,937177
14	51	4	correta	0,192135	0,912323
15	56	4	incorreta	0,079719	0,467950
16	47	4	correta	0,446207	0,653200
17	139	3	correta	0,805227	0,914136
18	136	3	correta	1,903472	0,880347
19	137	3	correta	2,484533	0,999602
20	138	3	correta	3,000000	0,999951

Tabela B.5: Trajetória no TAI pelo aluno 4 no experimento 2. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno.

n	**ID da questão**	**Módulo**	**Resposta**	θ	$P_(\theta)$
1	18	1	correta	1,014337	0,931040
2	23	1	correta	1,750100	0,933974
3	40	1	correta	2,363228	0,925348
4	30	1	correta	3,000000	0,873403
5	81	2	correta	0,615324	0,955721
6	83	2	correta	1,134016	0,995828
7	82	2	correta	1,653258	0,998774
8	84	2	correta	2,173842	0,999775
9	64	2	correta	2,863028	0,961397
10	63	2	correta	3,000000	0,935445
11	52	4	incorreta	-3,000000	0,336539
12	54	4	correta	-1,438714	0,950719
13	53	4	correta	-0,729836	0,935078
14	51	4	incorreta	-1,465727	0,403345
15	55	4	correta	-1,126926	0,899440
16	47	4	correta	-0,734432	0,442798
17	139	3	incorreta	-1,942452	0,341642
18	138	3	incorreta	-3,000000	0,386418
19	137	3	correta	-3,000000	0,353041

Tabela B.6: Trajetória no TAI pelo aluno 6 no experimento 2. n é a n-ésima questão respondida pelo aluno.

n	**ID da questão**	**Módulo**	**Resposta**	θ	$P_(\theta)$
1	18	1	correta	0,987982	0,929454
2	32	1	correta	1,729292	0,953165
3	40	1	correta	2,365134	0,941802
4	30	1	incorreta	1,727406	0,439874
5	37	1	correta	1,905576	0,966603
6	38	1	incorreta	0,368940	0,499569
7	81	2	correta	0,589668	0,972109
8	83	2	incorreta	-3,000000	0,344315
9	84	2	incorreta	-3,000000	0,447648
10	51	4	incorreta	-2,295913	0,339476
11	54	4	incorreta	-3,000000	0,564817
12	55	4	incorreta	-3,000000	0,403727
13	139	3	correta	1,248189	0,938297
14	136	3	correta	2,113673	0,907781
15	137	3	correta	2,670306	0,999868
16	138	3	incorreta	-0,560146	0,928106
17	130	3	correta	-1,439385	0,528171
18	131	3	correta	-1,876325	0,781308

Apêndice C

O Desenvolvimento do ADEPT

Esse apêndice trata do desenvolvimento do *Núcleo do Teste* (Seção 4.7). Aqui descreve-se de forma algorítimica os processos para o desenvolvimento de um TAI baseado no CBAT-2. O principal requisito é a escolha de uma linguagem de programação que propicie melhores resultados com ponto flutuante. Para o caso do ADEPT, escolheu-se a linguagem C com código simples (sem orientação a objetos) para que tenha um bom desempenho.

Para melhor entendimento, foi realizado uma separação da execução do teste em 4 etapas:

1. Seleciona a questão ao aluno;
2. Aluno responde a questão;
3. Calibração do parâmetro b;
4. Estimativa da nova habilidade do aluno;

O processo é cíclico, sendo o fim determinado por um critério de parada do teste (Seção 4.4). As próximas seções tratam de cada etapa da execução do ADEPT, em processos de teor genérico. Para detalhes de cada fórmula, ver o Capítulo 3.

C.1 Etapa 1 - Seleção da Questão ao Aluno

Primeiramente, faz-se a seleção da questão i ao aluno dentre as N questões da base de itens ($0 < i \leq N$) por meio da Função de Informação de um Item (FII) dada pela seguinte fórmula:

$$I_i(\theta) = \frac{(P_i'(\theta))^2}{P_i(\theta)\, Q_i(\theta)} \tag{C.1}$$

$$Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta) \tag{C.2}$$

$$P_i(\theta) = c + (1-c)\frac{1}{1+e^{-1.7a(\theta-b)}} \tag{C.3}$$

onde θ é a habilidade estimada do aluno, $P_i(\theta)$ é a probabilidade do aluno responder corretamente ao item i (ver Seção 3.4.3), $P_i'(\theta)$ é a derivada de primeira ordem da função $P_i(\theta)$.

Como cada questão possui os valores a, b e c, então calcula-se a FII para todas as questões e seleciona-se o maior valor, ou seja, $I_i(\theta) = max$. Essa será a questão i selecionada ao aluno. No caso de existir valores para FII iguais, será selecionada a primeira ocorrência.

C.2 Etapa 2 - Resposta à questão

Aqui existe somente a resposta do aluno à questão, que poderá ser correta ($r_i = 1$) ou incorrera ($r_i = 0$).

C.3 Etapa 3 - Calibração do Parâmetro b da Questão

Primeiramente é necessário obter o parâmetro b da $i-$ésima questão selecionada, com a finalidade de calibrar para um novo valor μ_i. A seguir calcula-se o valor da função

$$\mu_i = \frac{20\omega_0 + \Phi_i}{20 + R_i + W_i} \tag{C.4}$$

,onde μ_i é o novo b calibrado e $\omega_0 = b$. Mas para isso, precisa-se calcular

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{n} k_j \; f(\theta_j') \tag{C.5}$$

, que é a dificuldade acumulada por questão, dentre todas as questões respondidas até o momento. n é o número de vezes que a questão i foi respondida. k_j é um valor que assume $k_j = 0$ ou $k_j = 2$ respectivamente se a j-ésima resposta à questão for correta ou incorreta. R_i é o número de vezes que a questão atual foi respondida corretamente (de todos os testes anteriores); e W_i é o número de vezes que a questão foi respondida incorretamente (de todos os testes anteriores).

$f(\theta_j')$ é uma função de normalização que converte o valor θ_j' de um intervalo para outro. A escolha desse intervalo depende dos objetivos do teste. Para o ADEPT essa função converte do

intervalo $[-4, 4]$ para o intervalo $[0, 1]$, segundo a fórmula

$$f(\theta'_j) = \frac{\theta'_j + 4}{8} \tag{C.6}$$

Para essa etapa deve-se ter um histórico das respostas às questões de todos os alunos que passaram por ela, calibrando-se em tempo real o novo parâmetro $b = \mu_i$ para questão i.

C.4 Etapa 4 - Estimativa da Habilidade do Aluno

Na última etapa do ciclo, calcula-se o novo θ_{n+1} do aluno, baseado no atual θ_n do aluno, onde n é o número de questões respondidas pelo aluno no teste (até o momento). O método de Newton-Raphson interativo modificado (NR) é o modelo selecionado para a estimativa, que calcula o novo θ_{n+1} a partir da função

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i(\theta_n)}{\sum_{i=1}^{n} I_i(\theta_n)} \tag{C.7}$$

, e sendo

$$S_i(\theta) = [r_i - P_i(\theta)] \frac{P'_i(\theta)}{P_i(\theta)[1 - P_i(\theta)]} \tag{C.8}$$

, respectivamente $r_i = 1$ ou $r_i = 0$ se a resposta a questão estiver correta ou incorreta.

A função $S_i(\theta)$ é interpretada como um histórico da questão com relação à todos os alunos que responderam-na anteriormente. Um fato importante é que para essa última etapa, utiliza-se o valor b não calibrado para $P_i(\theta)$ e $P'_i(\theta)$, ou seja, $b = \omega_0$.

C.5 Ciclo das Etapas

A Figura C.1 mostra o ciclo de etapas, que completado, tem-se a calibração no novo parâmetro dificuldade da questão (b) e o novo parâmetro habilidade do aluno θ.

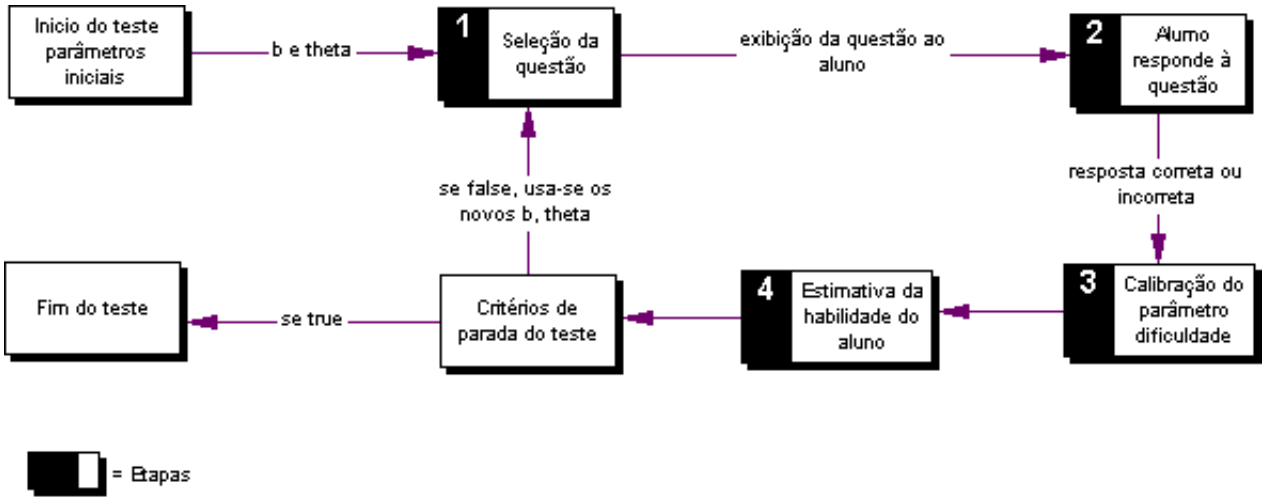

Figura C.1: Ciclo das Etapas para o desenvolvimento do ADEPT.

Finalizada a Etapa 4, segundo os critérios de para do teste, ou o aluno será remetido a uma nova questão ou o teste é terminado.