

GEOMETRIA ANALÍTICA

PARA TODOS

e atividades com
Octave e GeoGebra

Yuriko Yamamoto Baldin

Yolanda K. Saito Furuya

Sumário

Prefácio	13
1 Tópicos de Matrizes e Sistemas Lineares	17
1.1 Introdução aos sistemas de equações lineares	17
1.2 Métodos de Escalonamento	20
1.2.1 Método de Eliminação de Gauss	22
1.2.2 Método de Gauss-Jordan	27
1.3 Posto de Matriz	30
1.4 Resolução de sistemas lineares por escalonamento	32
1.4.1 Teorema de Rouché-Capelli	35
1.4.2 Sistemas indeterminados e a escolha das variáveis livres	36
1.4.3 Sistemas Lineares Homogêneos	37
1.5 Inversão de matrizes por escalonamento e matrizes elementares	40
2 Vetores, uma introdução geométrica	47
2.1 Grandezas escalares e grandezas vetoriais	47
2.1.1 Grandezas escalares e sistema referencial em uma reta	47
2.1.2 Introdução às grandezas vetoriais	49
2.1.3 Representação de vetores por segmentos orientados	52
2.2 Sistema de coordenadas e operações com vetores	55
2.2.1 Sistema de coordenadas cartesianas no plano	56
2.2.2 Sistema de coordenadas cartesianas no espaço	61
2.2.3 Adição de vetores	65
2.2.4 Módulo ou Norma de um vetor	69

2.2.5	Multiplicação de vetor por um escalar	71
2.2.6	Propriedades da adição e da multiplicação por escalar	74
2.3	Dependência e independência linear, equações vetoriais da reta e do plano, base de vetores	79
2.3.1	Colinearidade e paralelismo, equação vetorial e equações paramé- tricas da reta	79
2.3.2	Coplanaridade, independência linear de dois vetores, equação ve- torial e equações paramétricas do plano	83
2.3.3	Dependência e independência linear	88
2.3.4	Base de vetores para o plano e para o espaço	91
3	Vetores, retas e planos, com matrizes e sistemas	97
3.1	Combinações Lineares	97
3.2	Dependência e independência linear, com posto	102
3.3	Bases e coordenadas	112
3.3.1	Bases e coordenadas no plano \mathbb{R}^2	112
3.3.2	Bases e coordenadas no espaço \mathbb{R}^3	116
3.3.3	Bases de plano no espaço	118
3.4	Posições relativas entre retas e planos dados vetorialmente	121
3.4.1	Entre duas retas, no plano e no espaço	121
3.4.2	Entre reta e plano	125
3.4.3	Entre dois planos	126
3.5	Retas e planos através de equações lineares	127
3.5.1	Equação geral de reta no plano	128
3.5.2	Equação geral de plano no espaço	130
3.5.3	Mais sobre posições relativas	131
3.5.4	Reta no espaço como intersecção de dois planos	132
4	Produtos e aplicações	137
4.1	Produto escalar	137
4.1.1	Produto escalar em um sistema de coordenadas	139
4.1.2	Propriedades dos produtos escalares	140
4.1.3	Sobre bases ortonormais e ortogonais	143
4.1.4	Projeção ortogonal de um vetor sobre outro	147
4.1.5	Exemplo de aplicação do produto escalar na Física	150
4.1.6	Coordenadas em base o.n. e cossenos diretores	153

4.1.7	Bases ortogonais de planos no espaço	155
4.1.8	Retas perpendiculares no plano	157
4.1.9	Ângulo entre duas retas	159
4.1.10	Reta perpendicular a plano e vetor normal a plano	161
4.1.10.1	Vetor normal a plano e equação geral de plano	163
4.1.10.2	Distância de ponto a plano	165
4.1.11	Retas tangentes à circunferência no plano	167
4.1.12	Planos tangentes à esfera no espaço	168
4.2	Produto vetorial	170
4.2.1	Orientação geométrica	170
4.2.1.1	Orientação sobre uma reta r	170
4.2.1.2	Orientação no plano	170
4.2.1.3	Orientação geométrica no espaço	172
4.2.2	Definição geométrica do produto vetorial	176
4.2.3	Propriedades do produto vetorial	177
4.2.4	Cálculo do produto vetorial em coordenadas	177
4.2.5	Algumas aplicações do produto vetorial	179
4.2.5.1	Cálculo de áreas	179
4.2.5.2	Equação geral do plano com produto vetorial	180
4.2.5.3	Ortogonalização de bases no espaço	181
4.2.5.4	Produto vetorial na Física	182
4.3	Produto misto e o volume do paralelepípedo	183
4.3.1	Propriedades de determinantes e o produto misto	185
4.4	Mais geometria analítica de retas e planos	188
4.4.1	Equações da reta na forma simétrica	188
4.4.2	Posição relativa entre dois planos	191
4.4.3	Retas no espaço e o produto vetorial	193
4.4.4	Ângulo entre dois planos	195
4.4.5	Ângulo entre uma reta e um plano	196
4.4.6	Distâncias	197
4.4.7	Simétrico de um ponto P em relação a um plano π	200
5	Estudo das cônicas e uma introdução às curvas	203
5.1	Introdução às curvas	203
5.1.1	Gráficos de funções de uma variável real	203
5.1.2	Sobre parametrização de curvas	206

5.1.2.1	Exemplos de parametrizações	206
5.1.3	Curvas no plano através de equações (curvas implícitas)	213
5.2	Cônicas: secções planas do cone	215
5.3	Estudo da parábola	219
5.3.1	Equação reduzida da parábola	219
5.3.2	Equação de parábola com translação	223
5.3.2.1	Mudança de coordenadas por translação dos eixos	224
5.3.3	Equação de parábola com rotação	226
5.3.3.1	Mudança de coordenadas por rotação dos eixos	228
5.3.3.2	Mudança de sistemas de coordenadas envolvendo trans- lação e rotação de eixos	230
5.3.4	Mais propriedades da parábola	232
5.4	Estudo da elipse	236
5.4.1	Equação reduzida da elipse	236
5.4.2	Equação da elipse com translação	239
5.4.3	Equação da elipse com rotação	241
5.4.4	Equação de uma elipse na forma paramétrica	242
5.4.5	Propriedade focal da elipse	245
5.5	Estudo da hipérbole	248
5.5.1	Estudo da hipérbole na forma reduzida	248
5.5.2	Equacionando hipérbolas com translação ou rotação	253
5.5.3	Propriedade focal da hipérbole	255
5.6	Classificação das cônicas	257
5.7	Coordenadas polares e cônicas	268
5.7.1	Equações polares de cônicas com foco na origem	272
6	Quádricas e superfícies	279
6.1	Introdução às quádricas	279
6.2	Quádricas e suas equações na forma reduzida	280
6.3	Quádricas transladadas, eliminação dos termos lineares e equação na forma reduzida	288
6.4	Quádricas com termos mistos	293
6.5	Introdução às superfícies no espaço	296
6.5.1	Superfícies cilíndricas	297
6.5.2	Cones sobre curvas	299
6.5.3	Superfícies de revolução	301

6.5.4	Gráficos de funções de duas variáveis	306
6.5.5	Superfícies regradas	307
6.6	Outros sistemas de coordenadas no espaço	310
6.6.1	Coordenadas esféricas	310
6.6.2	Coordenadas cilíndricas	312
7	Octave na Geometria Analítica	313
7.1	Introdução ao Octave	314
7.1.1	Introdução a matrizes e vetores	320
7.1.2	Introdução aos gráficos	325
7.2	Atividades com Octave para o capítulo 1	331
7.3	Atividades com Octave para o capítulo 2	344
7.4	Atividades com Octave para o capítulo 3	351
7.5	Atividades com Octave para o capítulo 4	355
7.6	Atividades com Octave para o capítulo 5	361
7.7	Atividades com Octave para o capítulo 6	368
8	GeoGebra na Geometria Analítica	375
8.1	Uma pequena introdução ao GeoGebra na Geometria Analítica	376
8.2	Atividades com GeoGebra para o capítulo 2	392
8.3	Atividades com GeoGebra para o capítulo 3	411
8.4	Atividades com GeoGebra para o capítulo 4	413
8.5	Atividades com GeoGebra para o capítulo 5	415
A	Construções de Dandelin	439
B	Cônica por cinco pontos	447
	Respostas dos exercícios	453
	Referências	481
	Índice Remissivo	483